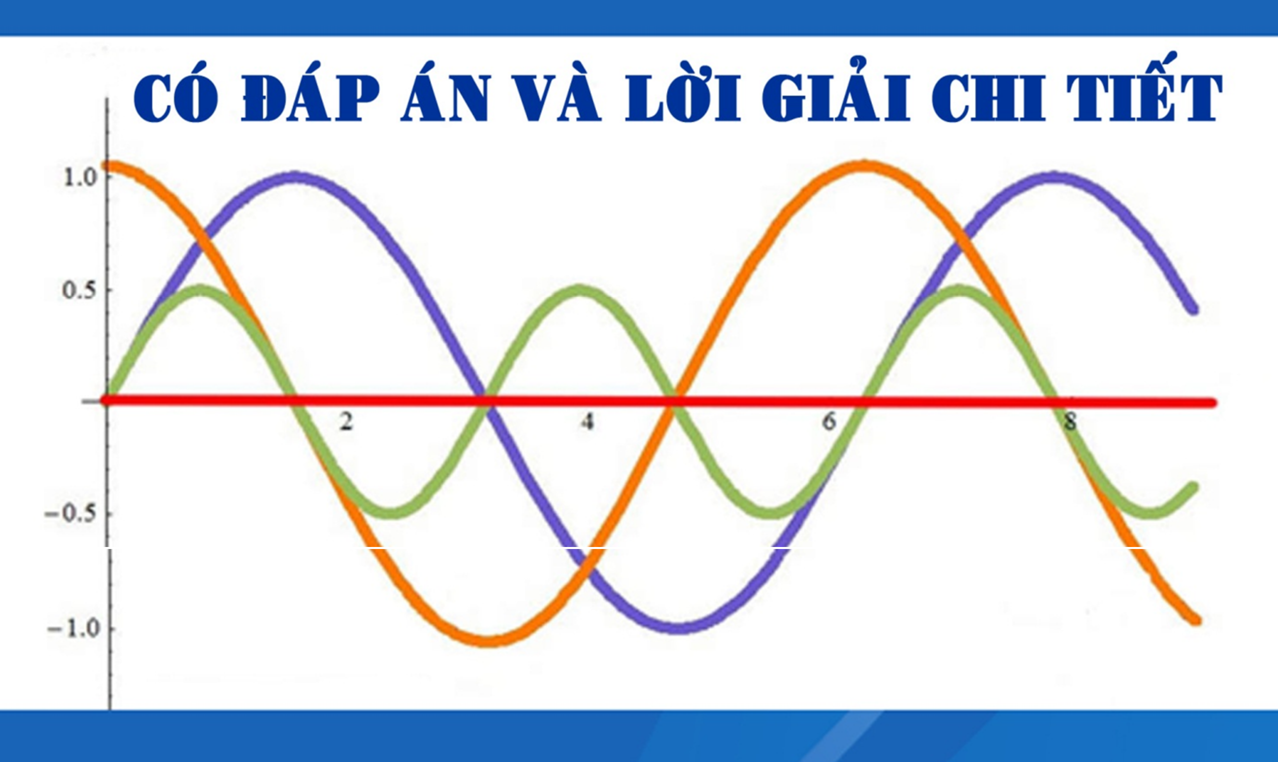
NEW

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT



ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2017 - 2018

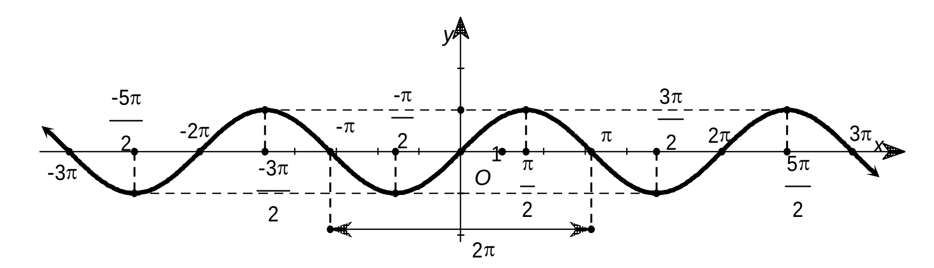
HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Hàm số $y = \sin x$

- Tập xác định: $D = R$
- Tập giác trị: $[-1;1]$, tức là $-1 \le \sin x \le 1\ \ \forall x \in R$
- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi)$, nghịch biến trên mỗi khoảng

$(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi)$.

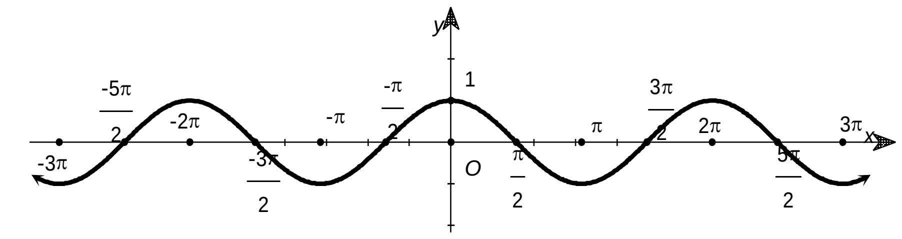
- Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ nên đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
- Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.
- Đồ thị hàm số $y = \sin x$.



2. Hàm số $y = \cos x$

- Tập xác định: $D = R$
- Tập giác trị: $[-1;1]$, tức là $-1 \le \cos x \le 1\ \ \forall x \in R$
- Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$.
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.
- Đồ thị hàm số $y = \cos x$.

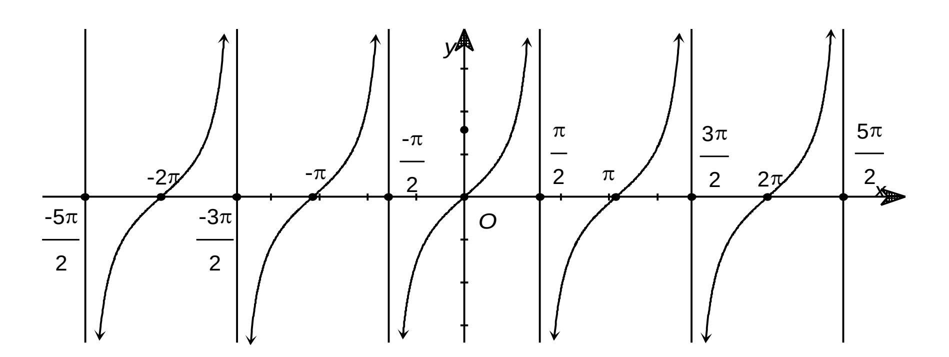
Đồ thị hàm số $y = \cos x$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ theo véc tơ $\vec{v} = (-\frac{\pi}{2}; 0)$.



3. Hàm số $y = \tan x$

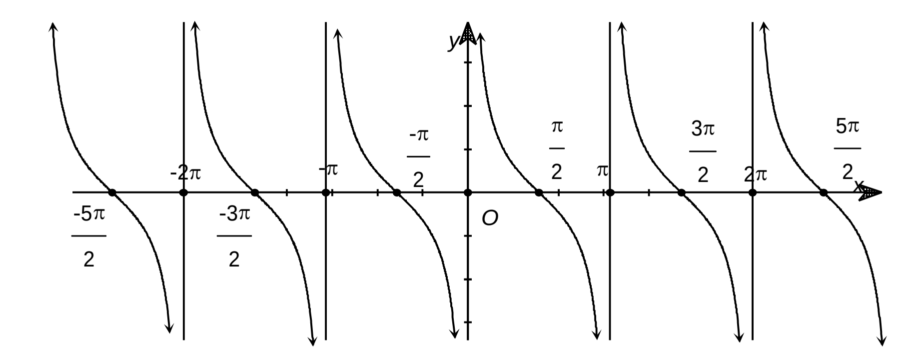
- Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\}$
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$
- Là hàm số lẻ
- Là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \pi$
- Hàm đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$

- Đồ thị nhận mỗi đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ làm một đường tiệm cận.
- Đồ thị



4. Hàm số $y = \cot x$

- Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$
- Là hàm số lẻ
- Là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \pi$
- Hàm nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$
- Đồ thị nhận mỗi đường thẳng $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ làm một đường tiệm cận.
- Đồ thị



PHẦN I: ĐỀ BÀI

DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH, TẬP GIÁ TRỊ, XÉT TÍNH CHẴN LẺ, CHU KỲ CỦA HÀM SỐ

Phương pháp.

- Hàm số $y=\sqrt{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x)\ge 0$ và $f(x)$ tồn tại
- Hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x)\ne 0$ và $f(x)$ tồn tại.
- $\sin u(x)\ne 0\Leftrightarrow u(x)\equiv k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$
- $\cos u(x)\ne 0\Leftrightarrow u(x)\ne\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Định nghĩa: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D được gọi là hàm số tuần hoàn nếu có số $T\ne 0$ sao cho với mọi $x\in D$ ta có

$$x\pm T\in D \text{ và } f(x+T)=f(x).$$

Nếu có số T ***dương nhỏ nhất*** thỏa mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là ***hàm số tuần hoàn với chu kì*** T.

- Hàm số $f(x)=a\sin ux+b\cos vx+c$ (với $u,v\in\mathbb{Z}$) là hàm số tuần hoàn với chu kì $T=\dfrac{2\pi}{|(u,v)|}$ ((u,v) là ước chung lớn nhất).
- Hàm số $f(x)=a.\tan ux+b.\cot vx+c$ (với $u,v\in\mathbb{Z}$) là hàm tuần hoàn với chu kì $T=\dfrac{\pi}{|(u,v)|}$.
- y = $f_1(x)$ có chu kỳ T_1 ; y = $f_2(x)$ có chu kỳ T_2

Thì hàm số $y=f_1(x)\pm f_2(x)$ có chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2.

$y=\sin x$: Tập xác định D = R; tập giá trị $T=[-1,1]$; hàm lẻ, chu kỳ $T_0=2\pi$.

* y = sin($ax+b$) có chu kỳ $T_0=\dfrac{2\pi}{|a|}$

* y = sin($f(x)$) xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y=\cos x$: Tập xác định D = R; Tập giá trị $T=[-1,1]$; hàm chẵn, chu kỳ $T_0=2\pi$.

* y = cos($ax+b$) có chu kỳ $T_0=\dfrac{2\pi}{|a|}$

* y = cos($f(x)$) xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y=\tan x$: Tập xác định $D=R\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$; tập giá trị T = R, hàm lẻ, chu kỳ $T_0=\pi$.

* y = tan($ax+b$) có chu kỳ $T_0=\dfrac{\pi}{|a|}$

* y = tan(*f*(*x*)) xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$

$y = \cot x$: Tập xác định $D = R \setminus \{k\pi, k \in Z\}$; tập giá trị T = R, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* y = cot(*ax* + *b*) có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

* y = cot(*f*(*x*)) xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq k\pi \ (k \in Z)$.

TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

A. $x \neq k\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **D.** $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 3\cos x}{\sin x}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \frac{k\pi}{2}$. **D.** $x \neq k\pi$.

Câu 3 : Tập xác định của hàm số y=$\frac{3}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z\right\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in Z\right\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in Z\right\}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in Z\right\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$ **C.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in Z\}$ **D.** $\mathbb{R}$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

A. $x \neq k2\pi$ **B.** $x \neq k\pi$ **C.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ **D.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$ **B.** $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi$ **C.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ **D.** $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $x \neq \frac{-\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ **B.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ **C.** $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ **D.** $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x \neq \pi + k2\pi$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \cos\sqrt{x}$ là

A. $x>0$. **B.** $x\geq 0$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $x\neq 0$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1-2\cos x}{\sin 3x-\sin x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi;\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi;\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 11: Hàm số $y=\cot 2x$ có tập xác định là

A. $k\pi$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=\tan x+\cot x$ là

A. $\mathbb{R}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2x}{1-\sin^2 x}$ là

A. $-\dfrac{5}{2}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $y=\left|\sin x-x\right|-\left|\sin x+x\right|$. **D.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{2}$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=\cot x$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{0;\pi\right\}$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\cot x}$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{0;\dfrac{\pi}{2};\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right\}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\cot x-\sqrt{3}}$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số: $y=\frac{x+1}{\tan 2x}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{4},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y=\frac{3x+1}{1-\cos^2 x}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\{\pi+k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $D=\varnothing$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số: $y=\frac{x+1}{\cot x}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=\tan(3x-1)$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+\frac{1}{3}+k\frac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}+k\frac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}-\frac{1}{3}+k\frac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\left\{\frac{\pi}{6}+\frac{1}{3}+k\frac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $k2\pi\}$

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=R\setminus\{k\pi\}$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y=\sin(x-1)$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y=\sin\frac{x-1}{x+1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **B.** $(-1;1)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sin x}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2}\sin x}{1+\cos x}$ là:

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{\pi+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

Câu 28: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\sin x}{1+\cos x}}$ là

A. $\mathbb{R}\backslash\{\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 29: Tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\sin x+2}$. là

A. $\mathbb{R}$.. **B.** $[-2;+\infty)$.

C. $(0;2\pi)$. **D.** $[\arcsin(-2);+\infty)$.

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1-\cos 2x}$ là

A. $D=\mathbb{R}$.. **B.** $D=[0;1]$. **C.** $D=[-1;1]$. **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 31: Hàm số nào sau đây có tập xác định $\mathbb{R}$.

A. $y=\sqrt{\dfrac{2+\cos x}{2-\sin x}}$. **B.** $y=\tan^2 x+\cot^2 x$.

C. $y=\dfrac{1+\sin^2 x}{1+\cot^2 x}$. **D.** $y=\dfrac{\sin^3 x}{2\cos x+\sqrt{2}}$.

Câu 32: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\sin x}{\sin^2 x}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\backslash\{k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{\cos^2 x}}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 34: Hàm số $y=\dfrac{2-\sin 2x}{\sqrt{m\cos x+1}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$ khi

A. $m>0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m\neq -1$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 35: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\tan x}{\cos x-1}$ là:

A. $x \neq k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **C.** $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.

Câu 36: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x = k2\pi$. **C.** $x = k\pi$. **D.** $x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Câu 37: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là:

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x \neq \pi + k2\pi$.

Câu 38: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 3\cos x}{\sin x}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \frac{k\pi}{2}$. **D.** $x \neq k\pi$.

Câu 39: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 40: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 41: Chọn khẳng định **sai**

A. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là $\mathbb{R}$.

B. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 42: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 43: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos 3x}{1 + \sin 4x}}$

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{3\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 44: Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\sqrt{\frac{1+\cot^2 x}{1-\sin 3x}}$

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi,\frac{\pi}{6}+\frac{n2\pi}{3};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}+\frac{n2\pi}{3};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi,\frac{\pi}{6}+\frac{n2\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi,\frac{\pi}{5}+\frac{n2\pi}{3};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 44: Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\frac{\tan 2x}{\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x}$

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 45: Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\tan(x-\frac{\pi}{4}).\cot(x-\frac{\pi}{3})$

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{5}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{3\pi}{5}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 46: Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\tan 3x.\cot 5x$

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{3},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{4},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{3},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

TÍNH CHẴN LẺ, CHU KỲ CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $y=\tan x$ là hàm lẻ. **B.** $y=\cot x$ là hàm lẻ.

C. $y=\cos x$ là hàm lẻ. **D.** $y=\sin x$ là hàm lẻ.

Câu 2: Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=\sin 2x$. **B.** $y=\cos 3x$.

C. $y=\cot 4x$. **D.** $y=\tan 5x$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

A. $y=\sin 3x$. **B.** $y=x.\cos x$. **C.** $y=\cos x.\tan 2x$. **D.** $y=\dfrac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 4: Trong các hàm số sau, có bao nhiêu hàm số là hàm chẵn trên tập xác định của nó?
$y=\cot 2x$; $y=\cos(x+\pi)$; $y=1-\sin x$; $y=\tan^{2016}x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn.

A. $y=\sin 3x$. **B.** $y=x.\cos x$. **C.** $y=\cos x.\tan 2x$. **D.** $y=\dfrac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)=\cos 2x$ và $g(x)=\tan 3x$, chọn mệnh đề đúng

A. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

D. $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số lẻ.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $y=x^2+\cos x$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số $y=|\sin x-x|-|\sin x+x|$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y=\dfrac{\sin x}{x}$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y=\sin x+2$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 8: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

A. $y=\sin^2 x+\sin x$. **B.** $[2;5]$.

C. $y=\sin^2 x+\tan x$. **D.** $y=\sin^2 x+\cos x$.

Câu 9: Trong các hàm số sau, có bao nhiêu hàm số là hàm chẵn trên tập xác định của nó $y=\cot 2x$, $y=\cos(x+\pi)$, $y=1-\sin x$, $y=\tan^{2016}x$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 10: Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Hàm số $y=\sin x+2$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

B. Hàm số $y=\dfrac{\sin x}{x}$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y=x^2+\cos x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y=|\sin x-x|-|\sin x+x|$ là hàm số lẻ.

Câu 11: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ ?

A. $y=2x+\cos x$. **B.** $y=\cos 3x$.

C. $y = x^2\sin\left(x+3\right)$. **D.** $y = \dfrac{\cos x}{x^3}$.

Câu 12: Hàm số $y = \tan x + 2\sin x$ là:

A. Hàm số lẻ trên tập xác định. **B.** Hàm số chẵn tập xác định.
C. Hàm số không lẻ tập xác định. **D.** Hàm số không chẵn tập xác định.

Câu 13: Hàm số $y = \sin x.\cos^3 x$ là:

A. Hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không lẻ trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số không chẵn $\mathbb{R}$.

Câu 14: Hàm số $y = \sin x + 5\cos x$ là:

A. Hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên $\mathbb{R}$. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 15: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ ?

A. $y = \dfrac{\sin x + \tan x}{2\cos^2 x}$. **B.** $y = \tan x - \cot x$.
C. $y = \sin 2x + \cos 2x$. **D.** $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Câu 16: Hàm số $y = \sin x + 5\cos x$ là:

A. Hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên $\mathbb{R}$. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 17: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ ?

A. $y = \dfrac{\sin x + \tan x}{2\cos^2 x}$. **B.** $y = \tan x - \cot x$.
C. $y = \sin 2x + \cos 2x$. **D.** $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Câu 18: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn:

A. $y = 5\sin x.\tan 2x$. **B.** $y = 3\sin x + \cos x$.
C. $y = 2\sin 3x + 5$. **D.** $y = \tan x - 2\sin x$.

Câu 19: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ:

A. $y = \dfrac{\sin x + \tan x}{2\cos^3 x}$. **B.** $y = \tan x + \cot x$.
C. $y = \sin 2x + \cos 2x$. **D.** $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Câu 20: Trong các hàm số sau đây hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \sin^2 x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = -\cos x$. **D.** $y = \sin x$.

Câu 21: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = -\sin x$. **B.** $y = \cos x - \sin x$. **C.** $y = \cos x + \sin^2 x$. **D.** $y = \cos x\sin x$.

Câu 22: Trong các hàm số dưới đây có bao nhiêu hàm số là hàm số chẵn:

$y = \cos 3x\ (1)$; $y = \sin\left(x^2+1\right)\ (2)$; $y = \tan^2 x\ (3)$;
$y = \cot x\ (4)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 24: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x$. **B.** $y = x+1$. **C.** $y = x^2$. **D.** $y = \dfrac{x-1}{x+2}$.

Câu 25: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x - x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = x\sin x$ **D.** $y = \dfrac{x^2+1}{x}$.

Câu 26: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x\cos x$. **B.** $y = x\tan x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \frac{1}{x}$.

Câu 27: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \frac{\sin x}{x}$. **B.** $y = \tan x + x$. **C.** $y = x^2 + 1$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 29: Chu kỳ của hàm số $y = \sin x$ là:

A. $k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** 2π.

Câu 30: Chu kỳ của hàm số $y = \cos x$ là:

A. $k2\pi$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** π. **D.** 2π.

Câu 31: Chu kỳ của hàm số $y = \tan x$ là:

A. 2π. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **D.** π.

Câu 33: Chu kỳ của hàm số $y = \cot x$ là:

A. 2π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

DẠNG 2: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Phương pháp.
Cho hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kì T
* Để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số, ta chỉ cần khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trên một đoạn có độ dài bằng T sau đó ta tịnh tiến theo các véc tơ $k.\vec{v}$ (với $\vec{v} = (T;0)$, $k \in \mathbb{Z}$) ta được toàn bộ đồ thị của hàm số.
* Số nghiệm của phương trình $f(x) = k$, (với k là hằng số) chính bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = k$.
* Nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là miền x mà đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm trên trục Ox.

Câu 1: Hàm số $y = \sin x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2} + k2\pi; \frac{5\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Hàm số $y = \cos x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; 3\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Hàm số: $y = \sqrt{3} + 2\cos x$ tăng trên khoảng:

A. $\left(-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{7\pi}{6};2\pi\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 4: Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{6}\right)$:

A. $y=\cos x$. **B.** $y=\cot 2x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\cos 2x$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y=\sin x$ tăng trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số $y=\cot x$ giảm trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y=\tan x$ tăng trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y=\cos x$ tăng trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 7: Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên:

A. Khoảng $(0;\pi)$.

B. Các khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}+k2\pi;\frac{\pi}{4}+k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. Các khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\pi+k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. Khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 9: Hàm số $y=\cos x$:

A. Tăng trong $[0;\pi]$.

B. Tăng trong $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ và giảm trong $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

C. Nghịch biến $[0;\pi]$.

D. Các khẳng định trên đều sai.

Câu 10: Hàm số $y=\cos x$ đồng **biến** trên đoạn nào dưới đây:

A. $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. **B.** $[\pi;2\pi]$. **C.** $[-\pi;\pi]$. **D.** $[0;\pi]$.

Câu 12: Hàm số nào sau **đây** có tính đơn điệu trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khác với các hàm số còn lại ?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=-\cot x$.

Câu 13: Hàm số $y=\tan x$ đồng biến trên khoảng:

A. $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{\pi}{2}\right]$. **C.** $\left(0;\frac{3\pi}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{3\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 14: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$.

B. Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$.

C. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{4}\right)$.

D. Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 15: Hàm số nào **sau** đây nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y=\sin x$.   **B.** $y=\cos x$.   **C.** $y=\tan x$.   **D.** $y=-\cot x$.

Câu 16: Hàm số nào **dưới** đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$?

A. $y=\sin x$.   **B.** $y=\cos x$.   **C.** $y=\cot x$.   **D.** $y=\tan x$.

DẠNG 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là:

A. -8 và -2. **B.** 2 và 8. **C.** -5 và 2. **D.** -5 và 3.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$ lần lượt là:

A. -2 và 7. **B.** -2 và 2. **C.** 5 và 9. **D.** 4 và 7.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là:

A. $\sqrt{2}$ và 2. **B.** 2 và 4. **C.** $4\sqrt{2}$ và 8. **D.** $4\sqrt{2} - 1$ và 7.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ là:

A. -20. **B.** -8. **C.** 0. **D.** 9.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 6: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2 + 3\sin 3x$

A. $\min y = -2;\ \max y = 5$ **B.** $\min y = -1;\ \max y = 4$

C. $\min y = -1;\ \max y = 5$ **D.** $\min y = -5;\ \max y = 5$

Câu 7: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - 4\sin^2 2x$

A. $\min y = -2;\ \max y = 1$ **B.** $\min y = -3;\ \max y = 5$

C. $\min y = -5;\ \max y = 1$ **D.** $\min y = -3;\ \max y = 1$

Câu 8: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\cos(3x - \frac{\pi}{3}) + 3$

A. $\min y = 2$, $\max y = 5$ **B.** $\min y = 1$, $\max y = 4$

C. $\min y = 1$, $\max y = 5$ **D.** $\min y = 1$, $\max y = 3$

Câu 9: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{3 - 2\sin^2 2x} + 4$

A. $\min y = 6$, $\max y = 4 + \sqrt{3}$ **B.** $\min y = 5$, $\max y = 4 + 2\sqrt{3}$

C. $\min y = 5$, $\max y = 4 + 3\sqrt{3}$ **D.** $\min y = 5$, $\max y = 4 + \sqrt{3}$

Câu 10: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{2\sin x + 3}$

A. $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 1$ **B.** $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 2\sqrt{5}$

C. $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 2$ **D.** $\max y = \sqrt{5}$, $\min y = 3$

Câu 11: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - \sqrt{2\cos^2 x + 1}$

A. $\max y = 1$, $\min y = 1 - \sqrt{3}$ **B.** $\max y = 3$, $\min y = 1 - \sqrt{3}$

C. $\max y = 2$, $\min y = 1 - \sqrt{3}$ **D.** $\max y = 0$, $\min y = 1 - \sqrt{3}$

Câu 12: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

A. $\min y = -2$, $\max y = 4$ **B.** $\min y = 2$, $\max y = 4$

C. $\min y = -2$, $\max y = 3$ **D.** $\min y = -1$, $\max y = 4$

Câu 13: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 2\cos^2 3x$

A. $\min y = 1$, $\max y = 2$ **B.** $\min y = 1$, $\max y = 3$

C. $\min y = 2$, $\max y = 3$ **D.** $\min y = -1$, $\max y = 3$

Câu 14: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + \sqrt{2 + \sin 2x}$

A. $\min y = 2$, $\max y = 1 + \sqrt{3}$ **B.** $\min y = 2$, $\max y = 2 + \sqrt{3}$

C. $\min y=1,\max y=1+\sqrt{3}$ **D.** $\min y=1,\max y=2$

Câu 15: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{4}{1+2\sin^2 x}$

A. $\min y=\frac{4}{3},\max y=4$ **B.** $\min y=\frac{4}{3},\max y=3$

C. $\min y=\frac{4}{3},\max y=2$ **D.** $\min y=\frac{1}{2},\max y=4$

Câu 16: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $\mathrm{y}=2\sin^2 \mathrm{x}+\cos^2 2\mathrm{x}$

A. $\max y=4,\min y=\frac{3}{4}$ **B.** $\max y=3,\min y=2$

C. $\max y=4,\min y=2$ **D.** $\max y=3,\min y=\frac{3}{4}$

Câu 17: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=3\sin x+4\cos x+1$

A. $\max y=6,\min y=-2$ **B.** $\max y=4,\min y=-4$

C. $\max y=6,\min y=-4$ **D.** $\max y=6,\min y=-1$

Câu 18: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=3\sin x+4\cos x-1$

A. $\min y=-6;\ \max y=4$ **B.** $\min y=-6;\ \max y=5$

C. $\min y=-3;\ \max y=4$ **D.** $\min y=-6;\ \max y=6$

Câu 19: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=2\sin^2 x+3\sin 2x-4\cos^2 x$

A. $\min y=-3\sqrt{2}-1;\ \max y=3\sqrt{2}+1$ **B.** $\min y=-3\sqrt{2}-1;\ \max y=3\sqrt{2}-1$

C. $\min y=-3\sqrt{2};\ \max y=3\sqrt{2}-1$ **D.** $\min y=-3\sqrt{2}-2;\ \max y=3\sqrt{2}-1$

Câu 20: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\sin^2 x+3\sin 2x+3\cos^2 x$

A. $\max y=2+\sqrt{10};\ \min y=2-\sqrt{10}$ **B.** $\max y=2+\sqrt{5};\ \min y=2-\sqrt{5}$

C. $\max y=2+\sqrt{2};\ \min y=2-\sqrt{2}$ **D.** $\max y=2+\sqrt{7};\ \min y=2-\sqrt{7}$

Câu 21: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=2\sin 3x+1$

A. $\min y=-2,\max y=3$ **B.** $\min y=-1,\max y=2$

C. $\min y=-1,\max y=3$ **D.** $\min y=-3,\max y=3$

Câu 22: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=3-4\cos^2 2x$

A. $\min y=-1,\max y=4$ **B.** $\min y=-1,\max y=7$

C. $\min y=-1,\max y=3$ **D.** $\min y=-2,\max y=7$

Câu 23: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=1+2\sqrt{4+\cos 3x}$

A. $\min y=1+2\sqrt{3},\max y=1+2\sqrt{5}$ **B.** $\min y=2\sqrt{3},\max y=2\sqrt{5}$

C. $\min y=1-2\sqrt{3},\max y=1+2\sqrt{5}$ **D.** $\min y=-1+2\sqrt{3},\max y=-1+2\sqrt{5}$

Câu 24: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=4\sin 6x+3\cos 6x$

A. $\min y=-5,\max y=5$ **B.** $\min y=-4,\max y=4$

C. $\min y=-3,\max y=5$ **D.** $\min y=-6,\max y=6$

Câu 25: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{3}{1+\sqrt{2+\sin^2 x}}$

A. $\min y=\frac{-3}{1+\sqrt{3}},\max y=\frac{3}{1+\sqrt{2}}$ **B.** $\min y=\frac{3}{1+\sqrt{3}},\max y=\frac{4}{1+\sqrt{2}}$

C. $\min y=\frac{2}{1+\sqrt{3}},\max y=\frac{3}{1+\sqrt{2}}$ **D.** $\min y=\frac{3}{1+\sqrt{3}},\max y=\frac{3}{1+\sqrt{2}}$

Câu 26: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{3\sin 2x+\cos 2x}{\sin 2x+4\cos^2 x+1}$

A. $\min y=\dfrac{-6-3\sqrt{5}}{4},\max y=\dfrac{-6+3\sqrt{5}}{4}$
B. $\min y=\dfrac{-4-3\sqrt{5}}{4},\max y=\dfrac{-4+3\sqrt{5}}{4}$
C. $\min y=\dfrac{-7-3\sqrt{5}}{4},\max y=\dfrac{-7+3\sqrt{5}}{4}$
D. $\min y=\dfrac{-5-3\sqrt{5}}{4},\max y=\dfrac{-5+3\sqrt{5}}{4}$

Câu 27: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\sin x+\sqrt{2-\sin^2 x}$

A. $\min y=0,\max y=3$
B. $\min y=0,\max y=4$
C. $\min y=0,\max y=6$
D. $\min y=0,\max y=2$

Câu 28: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\tan^2 x-4\tan x+1$

A. $\min y=-2$
B. $\min y=-3$
C. $\min y=-4$
D. $\min y=-1$

Câu 29: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\tan^2 x+\cot^2 x+3(\tan x+\cot x)-1$

A. $\min y=-5$
B. $\min y=-3$
C. $\min y=-2$
D. $\min y=-4$

Câu 30: Tìm m để hàm số $y=\sqrt{5\sin 4x-6\cos 4x+2m-1}$ xác định với mọi x.

A. $m\ge 1$
B. $m\ge \dfrac{\sqrt{61}-1}{2}$
C. $m<\dfrac{\sqrt{61}+1}{2}$
D. $m\ge \dfrac{\sqrt{61}+1}{2}$

Câu 31: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=1+\sqrt{3+2\sin x}$

A. $\min y=-2;\ \max y=1+\sqrt{5}$
B. $\min y=2;\ \max y=\sqrt{5}$
C. $\min y=2;\ \max y=1+\sqrt{5}$
D. $\min y=2;\ \max y=4$

Câu 32: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=4\sin 3x-3\cos 3x+1$

A. $\min y=-3;\ \max y=6$
B. $\min y=-4;\ \max y=6$
C. $\min y=-4;\ \max y=4$
D. $\min y=-2;\ \max y=6$

Câu 33: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\sqrt{3}\cos x+\sin x+4$

A. $\min y=2;\ \max y=4$
B. $\min y=2;\ \max y=6$
C. $\min y=4;\ \max y=6$
D. $\min y=2;\ \max y=8$

Câu 34: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{\sin 2x+2\cos 2x+3}{2\sin 2x-\cos 2x+4}$

A. $\min y=-\dfrac{2}{11};\ \max y=2$
B. $\min y=\dfrac{2}{11};\ \max y=3$
C. $\min y=\dfrac{2}{11};\ \max y=4$
D. $\min y=\dfrac{2}{11};\ \max y=2$

Câu 35: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{2\sin^2 3x+4\sin 3x\cos 3x+1}{\sin 6x+4\cos 6x+10}$

A. $\min y=\dfrac{11-9\sqrt{7}}{83};\ \max y=\dfrac{11+9\sqrt{7}}{83}$
B. $\min y=\dfrac{22-9\sqrt{7}}{11};\ \max y=\dfrac{22+9\sqrt{7}}{11}$
C. $\min y=\dfrac{33-9\sqrt{7}}{83};\ \max y=\dfrac{33+9\sqrt{7}}{83}$
D. $\min y=\dfrac{22-9\sqrt{7}}{83};\ \max y=\dfrac{22+9\sqrt{7}}{83}$

Câu 36: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=3\cos x+\sin x-2$

A. $\min y=-2-\sqrt{5};\ \max y=-2+\sqrt{5}$
B. $\min y=-2-\sqrt{7};\ \max y=-2+\sqrt{7}$
C. $\min y=-2-\sqrt{3};\ \max y=-2+\sqrt{3}$
D. $\min y=-2-\sqrt{10};\ \max y=-2+\sqrt{10}$

Câu 37: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{\sin^2 2x+3\sin 4x}{2\cos^2 2x-\sin 4x+2}$

A. $\min y=\dfrac{5-\sqrt{97}}{4}$, $\max y=\dfrac{5+\sqrt{97}}{4}$ **B.** $\min y=\dfrac{5-\sqrt{97}}{18}$, $\max y=\dfrac{5+\sqrt{97}}{18}$

C. $\min y=\dfrac{5-\sqrt{97}}{8}$, $\max y=\dfrac{5+\sqrt{97}}{8}$ **D.** $\min y=\dfrac{7-\sqrt{97}}{8}$, $\max y=\dfrac{7+\sqrt{97}}{8}$

Câu 38: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau
$y=3(3\sin x+4\cos x)^2+4(3\sin x+4\cos x)+1$

A. $\min y=\dfrac{1}{3};\max y=96$ **B.** $\min y-\dfrac{1}{3};\max y=6$

C. $\min y=-\dfrac{1}{3};\max y=96$ **D.** $\min y=2;\max y=6$

Câu 39: Tìm m để các bất phương trình $(3\sin x-4\cos x)^2-6\sin x+8\cos x\ge 2m-1$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$

A. $m>0$ **B.** $m\le 0$ **C.** $m<0$ **D.** $m\le 1$

Câu 40: Tìm m để các bất phương trình $\dfrac{3\sin 2x+\cos 2x}{\sin 2x+4\cos^2 x+1}\le m+1$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$

A. $m\ge\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$ **B.** $m\ge\dfrac{3\sqrt{5}+9}{4}$ **C.** $m\ge\dfrac{3\sqrt{5}-9}{2}$ **D.** $m\ge\dfrac{3\sqrt{5}-9}{4}$

Câu 41: Tìm m để các bất phương trình $\dfrac{4\sin 2x+\cos 2x+17}{3\cos 2x+\sin 2x+m+1}\ge 2$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$

A. $\sqrt{10}-3<m\le\dfrac{15-\sqrt{29}}{2}$ **B.** $\sqrt{10}-1<m\le\dfrac{15-\sqrt{29}}{2}$

C. $\sqrt{10}-1<m\le\dfrac{15+\sqrt{29}}{2}$ **D.** $\sqrt{10}-1<m<\sqrt{10}+1$

Câu 42: Cho $x,y\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\cos 2x+\cos 2y+2\sin(x+y)=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của
$P=\dfrac{\sin^4 x}{y}+\dfrac{\cos^4 y}{x}$.

A. $\min P=\dfrac{3}{\pi}$ **B.** $\min P=\dfrac{2}{\pi}$ **C.** $\min P=\dfrac{2}{3\pi}$ **D.** $\min P=\dfrac{5}{\pi}$

Câu 43: Tìm k để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{k\sin x+1}{\cos x+2}$ lớn hơn -1.

A. $|k|<\sqrt{2}$ **B.** $|k|<2\sqrt{3}$ **C.** $|k|<\sqrt{3}$ **D.** $|k|<2\sqrt{2}$

PHẦN II: HƯỚNG DẪN GIẢI:

DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH, TẬP GIÁ TRỊ, XÉT TÍNH CHẴN LẺ, CHU KỲ CỦA HÀM SỐ

Phương pháp.

- Hàm số $y=\sqrt{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x)\geq 0$ và $f(x)$ tồn tại
- Hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x)\neq 0$ và $f(x)$ tồn tại.
- $\sin u(x)\neq 0 \Leftrightarrow u(x)\equiv k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$
- $\cos u(x)\neq 0 \Leftrightarrow u(x)\neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Định nghĩa: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D được gọi là hàm số tuần hoàn nếu có số $T\neq 0$ sao cho với mọi $x\in D$ ta có

$$x\pm T\in D \text{ và } f(x+T)=f(x).$$

Nếu có số T ***dương nhỏ nhất*** thỏa mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là ***hàm số tuần hoàn với chu kì*** T.

- Hàm số $f(x)=a\sin ux+b\cos vx+c$ (với $u,v\in\mathbb{Z}$) là hàm số tuần hoàn với chu kì $T=\dfrac{2\pi}{|(u,v)|}$ ((u,v) là ước chung lớn nhất).
- Hàm số $f(x)=a.\tan ux+b.\cot vx+c$ (với $u,v\in\mathbb{Z}$) là hàm tuần hoàn với chu kì $T=\dfrac{\pi}{|(u,v)|}$.
- y = $f_1(x)$ có chu kỳ T_1 ; y = $f_2(x)$ có chu kỳ T_2

Thì hàm số $y=f_1(x)\pm f_2(x)$ có chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2.

$y=\sin x$: Tập xác định D = R; tập giá trị $T=[-1,1]$; hàm lẻ, chu kỳ $T_0=2\pi$.

* y = sin($ax+b$) có chu kỳ $T_0=\dfrac{2\pi}{|a|}$

* y = sin($f(x)$) xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y=\cos x$: Tập xác định D = R; Tập giá trị $T=[-1,1]$; hàm chẵn, chu kỳ $T_0=2\pi$.

* y = cos($ax+b$) có chu kỳ $T_0=\dfrac{2\pi}{|a|}$

* y = cos($f(x)$) xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y=\tan x$: Tập xác định $D=R\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$; tập giá trị T = R, hàm lẻ, chu kỳ $T_0=\pi$.

* y = tan($ax+b$) có chu kỳ $T_0=\dfrac{\pi}{|a|}$

* y = tan(*f*(*x*)) xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$

$y = \cot x$: Tập xác định $D = R \setminus \{k\pi, k \in Z\}$; tập giá trị T = R, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* y = cot(*ax* + *b*) có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

* y = cot(*f*(*x*)) xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq k\pi \ (k \in Z)$.

TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

A. $x \neq k\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **D.** $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do điều kiện $\sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \tan x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 3\cos x}{\sin x}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq \frac{k\pi}{2}$. **D.** $x \neq k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do điều kiện $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$

Câu 3 : Tập xác định của hàm số y=$\frac{3}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z\right\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in Z\right\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in Z\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Do điều kiện $\sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \Leftrightarrow \tan^2 x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm\frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in Z\right\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$ **C.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in Z\}$ **D.** $\mathbb{R}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \sin x \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \backslash \left\{k\pi, k \in Z\right\}$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

A. $x \neq k2\pi$ **B.** $x \neq k\pi$ **C.** $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ **D.** $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 1 - \cos x \neq 0$

$\Leftrightarrow \cos x \neq 1$

$\Leftrightarrow x \neq k2\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Vậy tập xác định $x \neq k2\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ là

A. $x \neq \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{2}$ **B.** $x \neq \dfrac{5\pi}{12} + k\pi$ **C.** $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ **D.** $x \neq \dfrac{5\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) \neq 0$

$\Leftrightarrow 2x - \dfrac{\pi}{3} \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

$\Leftrightarrow x \neq \dfrac{5\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Vậy tập xác định $x \neq \dfrac{5\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $x \neq \dfrac{-\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}$ **B.** $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ **C.** $x \neq \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}$ **D.** $x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \cos 2x \neq 0$

$\Leftrightarrow 2x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

$\Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Vậy tập xác định $x \neq \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là

A. $x\ne\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x\ne k2\pi$. **C.** $x\ne\frac{3\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $x\ne\pi+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x+1\ne 0$

$\Leftrightarrow \sin x\ne -1$

$\Leftrightarrow x\ne\frac{3\pi}{2}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Vậy tập xác định: $x\ne\frac{3\pi}{2}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\cos\sqrt{x}$ là

A. $x>0$. **B.** $x\ge 0$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $x\ne 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x\ge 0$

Vậy $x\ge 0$

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\frac{1-2\cos x}{\sin 3x-\sin x}$ là

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi;\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x+1\ne 0$

$$\Leftrightarrow \sin 3x\ne\sin x\Leftrightarrow\begin{cases}3x\ne x+k2\pi\\3x\ne\pi-x+k2\pi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne k\pi\\x\ne\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\end{cases}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Vậy tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi;\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 11: Hàm số $y=\cot 2\text{x}$ có tập xác định là

A. $k\pi$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$ **C.** $\mathbb{R}\backslash\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin 2x\ne 0$

$\Leftrightarrow 2x\ne k\pi\Leftrightarrow x\ne\frac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Vậy tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=\tan x+\cot x$ là

A. $\mathbb{R}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \sin 2x\neq 0\Leftrightarrow 2x\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Vậy tập xác định: $\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\frac{2x}{1-\sin^2 x}$ là

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $y=\left|\sin x-x\right|-\left|\sin x+x\right|$.

D. $x=\pm\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y=\frac{2x}{1-\sin^2 x}$ xác định khi và chỉ khi

$1-\sin^2 x\neq 0\Leftrightarrow \cos^2 x\neq 0\Leftrightarrow \cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

B. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y=\tan x$ xác định khi và chỉ khi $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=\cot x$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

D. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số $y=\cot x$ xác định khi và chỉ khi $\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sin x}$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

B. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

D. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{0;\pi\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ xác định khi và chỉ khi $\sin x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\cot x}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0;\dfrac{\pi}{2};\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số $y=\dfrac{1}{\cot x}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cot x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\cot x-\sqrt{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k\pi, \dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{2\pi}{3}+k\pi, \dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y=\dfrac{1}{\cot x-\sqrt{3}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cot x\neq\sqrt{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq k\pi\\ x\neq\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{cases}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số: $y=\dfrac{x+1}{\tan 2x}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{\tan 2x}$ xác định khi và chỉ khi

$\begin{cases}\cos 2x\neq 0\\ \tan 2x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\cos 2x\neq 0\\ \sin 2x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \sin 4x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3x+1}{1-\cos^2 x}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\{\pi+k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

D. $D=\varnothing$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số $y=\dfrac{3x+1}{1-\cos^2 x}$ xác định khi và chỉ khi

$1-\cos^2 x\neq 0\Leftrightarrow \sin^2 x\neq 0\Leftrightarrow \sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số: $y=\dfrac{x+1}{\cot x}$ là:

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{\cot x}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cot x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(3x-1\right)$ là:

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{3}+k\dfrac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{1}{3}+k\dfrac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{1}{3}+k\dfrac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\left\{\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{3}+k\dfrac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hàm số $y=\tan\left(3x-1\right)$ xác định khi và chỉ khi

$\cos\left(3x-1\right)\neq 0\Leftrightarrow 3x-1\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x\neq\dfrac{1}{3}+\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D=\mathbb{R}$.

B. $k2\pi\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=R\backslash\left\{k\pi\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$ĐK:\cos\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)\neq 0\Leftrightarrow 3x+\dfrac{\pi}{4}\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{3}$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y=\sin\left(x-1\right)$ là:

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R}\backslash\{k\pi\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y=\sin\dfrac{x-1}{x+1}$ là:

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{-1\right\}$.

B. $\left(-1;1\right)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$ĐK: x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sin x}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$ĐK: \sin x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\pi$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sqrt{2}\sin x}{1+\cos x}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{\pi+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$ĐK: 1+\cos x\neq 0 \Leftrightarrow \cos x\neq -1 \Leftrightarrow x\neq \pi+k2\pi$.

Câu 28: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\cos x}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $1-\sin x\geq 0;\ 1+\cos x\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$ĐK: 1+\cos x\neq 0 \Leftrightarrow \cos x\neq -1 \Leftrightarrow x\neq \pi+k2\pi$

Câu 29: Tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\sin x+2}$. là

A. $\mathbb{R}$.. **B.** $[-2;+\infty)$.

C. $(0;2\pi)$. **D.** $[\arcsin(-2);+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\sin x+2>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1-\cos 2x}$ là

A. $D=\mathbb{R}$.. **B.** $D=[0;1]$. **C.** $D=[-1;1]$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $-1\leq \cos 2x\leq 1 \Rightarrow 1-\cos 2x\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 31: Hàm số nào sau đây có tập xác định $\mathbb{R}$.

A. $y=\sqrt{\dfrac{2+\cos x}{2-\sin x}}$.   **B.** $y=\tan^2 x+\cot^2 x$.

C. $y=\dfrac{1+\sin^2 x}{1+\cot^2 x}$.   **D.** $y=\dfrac{\sin^3 x}{2\cos x+\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$-1\le \sin x;\cos \le 1 \Rightarrow 2+\cos x>0; 2-\sin x>0$

$\Rightarrow \dfrac{2+\cos x}{2-\sin x}>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}.$

Câu 32: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\sin x}{\sin^2 x}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.   **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.   **D.** $D=\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $1-\sin x\ge 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}.$

$ĐK: \sin x\ne 0 \Leftrightarrow x\ne k\pi.$

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{\cos^2 x}}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.   **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.   **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số xác định khi $\begin{cases}1-\cos x\ge 0\\ \cos x\ne 0\end{cases}$ $(*)$

Vì $1-\cos x\ge 0,\forall x$ nên $(*)\Leftrightarrow \cos x\ne 0\Leftrightarrow x\ne\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Vậy $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 34: Hàm số $y=\dfrac{2-\sin 2x}{\sqrt{m\cos x+1}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$ khi

A. $m>0$.   **B.** $0<m<1$.   **C.** $m\ne -1$.   **D.** $-1<m<1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi $m\cos x+1>0,\forall x$ $(*)$.

Khi $m=0$ thì $(*)$ luôn đúng nên nhận giá trị $m=0$.

Khi $m>0$ thì $m\cos x+1\in[-m+1;m+1]$ nên $(*)$ đúng khi $-m+1>0\Rightarrow 0<m<1$.

Khi $m<0$ thì $m\cos x+1\in[m+1;-m+1]$ nên $(*)$ đúng khi $m+1>0\Rightarrow -1<m<0$.

Vậy giá trị m thoả $-1<m<1$.

Câu 35: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\tan x}{\cos x-1}$ là:

A. $x\neq k2\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $\begin{cases}x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\x\neq k2\pi\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\x\neq\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số xác định khi $\begin{cases}\cos x-1\neq 0\\x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\end{cases}$

$\cos x-1\neq 0\Leftrightarrow\cos x\neq 1\Leftrightarrow x\neq k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

Vậy $x\neq k2\pi$, $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 36: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\cot x}{\cos x}$ là:

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=k2\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x\neq\dfrac{k\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số xác định khi $\begin{cases}x\neq k\pi,k\in\mathbb{Z}\\\cos x\neq 0\end{cases}$

$\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Vậy $x\neq\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 37: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1-\sin x}{\sin x+1}$ là:

A. $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x\neq k2\pi$. **C.** $x\neq\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $x\neq\pi+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số xác định khi $\sin x+1\neq 0\Leftrightarrow\sin x\neq -1\Leftrightarrow x\neq\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 38: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1-3\cos x}{\sin x}$ là

A. $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x\neq k2\pi$. **C.** $x\neq\dfrac{k\pi}{2}$. **D.** $x\neq k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số xác định khi $\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 39: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3}{\sin x}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số xác định khi $\sin x\ne 0\Leftrightarrow x\ne k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Vậy, tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 40: Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số xác định khi $3x+\frac{\pi}{4}\ne\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x\ne\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$

Vậy, tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 41: Chọn khẳng định **sai**

A. Tập xác định của hàm số $y=\sin x$ là $\mathbb{R}$.

B. Tập xác định của hàm số $y=\cot x$ là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. Tập xác định của hàm số $y=\cos x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y=\cot x$ xác định khi $\sin x\ne 0\Leftrightarrow x\ne k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 42: Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sin x}{1-\cos x}$ là

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hàm số xác định khi $1-\cos x\ne 0\Leftrightarrow\cos x\ne 1\Leftrightarrow x\ne k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

Vậy, tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 43: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{1-\cos 3x}{1+\sin 4x}}$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do $1-\cos 3x\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow 1+\sin 4x\ne 0$

$\Leftrightarrow \sin 4x\ne -1\Leftrightarrow x\ne -\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 44: Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\sqrt{\frac{1+\cot^2 x}{1-\sin 3x}}$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,\frac{\pi}{6}+\frac{n2\pi}{3};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}+\frac{n2\pi}{3};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,\frac{\pi}{6}+\frac{n2\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,\frac{\pi}{5}+\frac{n2\pi}{3};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases}x\ne k\pi\\ \sin 3x\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne k\pi\\ x\ne\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}\end{cases}$

Vật TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,\frac{\pi}{6}+\frac{n2\pi}{3};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 44: Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\frac{\tan 2x}{\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x}$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases}2x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi\\ \sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\ 2\sin(2x-\frac{\pi}{6})\ne 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\ 2x-\frac{\pi}{6}\ne k\pi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\ x\ne\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}\end{cases}$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 45: Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\tan(x-\frac{\pi}{4}).\cot(x-\frac{\pi}{3})$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{5}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{5}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases}x-\frac{\pi}{4}\ne\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x-\frac{\pi}{3}\ne k\pi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\frac{3\pi}{4}+k\pi\\ x\ne\frac{\pi}{3}+k\pi\end{cases}$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 46: Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\tan 3x.\cot 5x$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{3},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{4},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{3},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases}\cos 3x\ne 0\\ \sin 5x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}\\ x\ne\frac{n\pi}{5}\end{cases}$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3},\frac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$

TÍNH CHẴN LẺ, CHU KỲ CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $y=\tan x$ là hàm lẻ. **B.** $y=\cot x$ là hàm lẻ.

C. $y=\cos x$ là hàm lẻ. **D.** $y=\sin x$ là hàm lẻ.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y=f\left(x\right)=\cos x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có: $-x\in\mathbb{R}$ và

$f\left(-x\right)=\cos\left(-x\right)=\cos x=f\left(x\right)$ nên $y=\cos x$ làm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=\sin 2x$. **B.** $y=\cos 3x$.

C. $y=\cot 4x$. **D.** $y=\tan 5x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Xét hàm $y=f\left(x\right)=\cos 3x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có: $-x\in\mathbb{R}$ và

$f\left(-x\right)=\cos\left(3\left(-x\right)\right)=\cos 3x=f\left(x\right)$ nên $y=\cos 3x$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

A. $y=\sin 3x$. **B.** $y=x.\cos x$. **C.** $y=\cos x.\tan 2x$. **D.** $y=\dfrac{\tan x}{\sin x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét hàm $y=f\left(x\right)=\dfrac{\tan x}{\sin x}$

ĐK: $\begin{cases}\sin x\ne 0\\ \cos x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow \sin 2x\ne 0\Leftrightarrow x\ne\dfrac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$f\left(-x\right)=\dfrac{\tan\left(-x\right)}{\sin\left(-x\right)}=\dfrac{\tan x}{\sin x}=f\left(x\right)$ nên $y=\dfrac{\tan x}{\sin x}$ là hàm số chẵn trên D.

Câu 4: Trong các hàm số sau, có bao nhiêu hàm số là hàm chẵn trên tập xác định của nó?

$y=\cot 2x$; $y=\cos(x+\pi)$; $y=1-\sin x$; $y=\tan^{2016}x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

+ Xét hàm $y=f\left(x\right)=\cos\left(x+\pi\right)$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$f\left(-x\right)=\cos\left(-x+\pi\right)=-\cos x=\cos\left(x+\pi\right)=f\left(x\right)$

Do đó $y=\cos\left(x+\pi\right)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

+ Xét hàm $y=g\left(x\right)=\tan^{2016}x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$g\left(-x\right)=\tan^{2016}\left(-x\right)=\left(-\tan x\right)^{2016}=\tan^{2016}x=g\left(x\right)$

Do đó: $y=\tan^{2016}x$ là hàm chẵn trên tập xác định của nó.

Câu 5: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn.

A. $y=\sin 3x$. **B.** $y=x.\cos x$. **C.** $y=\cos x.\tan 2x$. **D.** $y=\frac{\tan x}{\sin x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét hàm $y=f\left(x\right)=\frac{\tan x}{\sin x}$

ĐK: $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$f\left(-x\right)=\frac{\tan\left(-x\right)}{\sin\left(-x\right)}=\frac{\tan x}{\sin x}=f\left(x\right)$ nên $y=\frac{\tan x}{\sin x}$ là hàm số chẵn trên D.

Câu 6: Cho hàm số $f\left(x\right)=\cos 2x$ và $g\left(x\right)=\tan 3x$, chọn mệnh đề đúng

A. $f\left(x\right)$ là hàm số chẵn, $g\left(x\right)$ là hàm số lẻ.

B. $f\left(x\right)$ là hàm số lẻ, $g\left(x\right)$ là hàm số chẵn.

C. $f\left(x\right)$ là hàm số lẻ, $g\left(x\right)$ là hàm số chẵn.

D. $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ đều là hàm số lẻ.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

+ Xét hàm $y=f\left(x\right)=\cos 2x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$f\left(-x\right)=\cos\left(-2x\right)=\cos 2x=f\left(x\right)$

Do đó $y=\cos 2x$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

+ Xét hàm $y=g\left(x\right)=\tan 3x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$g\left(-x\right)=\tan\left(-3x\right)=-\tan 3x=-f\left(x\right)$

Do đó: $y=\tan 3x$ là hàm chẵn trên tập xác định của nó.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $y = x^2 + \cos x$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số $y = |\sin x - x| - |\sin x + x|$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = \dfrac{\sin x}{x}$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = \sin x + 2$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

+ Xét hàm $y = f(x) = \sin x + 2$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Chọn $\pm\dfrac{\pi}{2} \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) = 1 \neq \pm f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \pm 3$ nên $y = f(x) = \sin x + 2$ là hàm số không chẵn không lẻ trên $\mathbb{R}$.

Câu 8: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

A. $y = \sin^2 x + \sin x$. **B.** $[2;5]$.

C. $y = \sin^2 x + \tan x$. **D.** $y = \sin^2 x + \cos x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

+ Xét hàm $y = f(x) = \sin^2 x + \cos x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$f(-x) = \sin^2(-x) + \cos(-x) = \sin^2 x + \cos x = f(x)$

Kết luận: hàm số $y = \sin^2 x + \cos x$ là hàm số chẵn $\mathbb{R}$.

Câu 9: Trong các hàm số sau, có bao nhiêu hàm số là hàm chẵn trên tập xác định của nó $y = \cot 2x$, $y = \cos(x+\pi)$, $y = 1 - \sin x$, $y = \tan^{2016} x$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

+ Xét hàm $y = f(x) = \cot 2x$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$f(-x) = \cot(-2x) = -\cot 2x = -f(x)$

Do đó, $y = f(x) = \cot 2x$ là hàm **lẻ** trên tập xác định của nó.

+ Xét hàm $y = g(x) = \cos(x+\pi)$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$g(-x) = \cos(-x+\pi) = -\cos x = \cos(x+\pi) = g(x)$

Do đó: $y = g(x) = \cos(x+\pi)$ là hàm **chẵn** trên $\mathbb{R}$.

+ Xét hàm $y = h(x) = \tan^{2016} x$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$h(-x)=\tan^{2016}(-x)=\tan^{2016}x=h(x)$

Do đó: $y=h(x)=\tan^{2016}x$ là hàm số **chẵn** trên D.

+ Xét hàm $y=t(x)=1-\sin x$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Chọn $\pm\frac{\pi}{2}\in\mathbb{R}$.

Ta có $g\left(\frac{\pi}{2}\right)\neq\pm g\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ nên hàm số **không chẵn không lẻ** trên $\mathbb{R}$.

Câu 10: Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Hàm số $y=\sin x+2$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

B. Hàm số $y=\frac{\sin x}{x}$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y=x^2+\cos x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y=|\sin x-x|-|\sin x+x|$ là hàm số lẻ.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Xét hàm $y=f(x)=|\sin x-x|-|\sin x+x|$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có: $-x\in\mathbb{R}$ và

$f(-x)=|-\sin x+x|-|-\sin x-x|=|\sin x-x|-|\sin x+x|=f(x)$

Do đó: $y=f(x)=|\sin x-x|-|\sin x+x|$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

Câu 11: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ ?

A. $y=2x+\cos x$.

B. $y=\cos 3x$.

C. $y=x^2\sin(x+3)$.

D. $y=\frac{\cos x}{x^3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Xét hàm $y=f(x)=\frac{\cos x}{x^3}$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $f(-x)=\frac{\cos(-x)}{(-x)^3}=\frac{\cos x}{-x^3}=-f(x)$

Kết luận: $y=\frac{\cos x}{x^3}$ là hàm số lẻ trên D.

Câu 12: Hàm số $y=\tan x+2\sin x$ là:

A. Hàm số lẻ trên tập xác định.

B. Hàm số chẵn tập xác định.

C. Hàm số không lẻ tập xác định.

D. Hàm số không chẵn tập xác định.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Xét hàm $y=f(x)=\tan x+2\sin x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$

$\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $f(-x)=\tan(-x)+2\sin(-x)=-f(x)$

Kết luận: $y=\tan x+2\sin x$ là hàm số lẻ trên tập xác định của nó.

Câu 13: Hàm số $y=\sin x.\cos^3 x$ là:

A. Hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không lẻ trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số không chẵn $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y=f(x)=\sin x.\cos^3 x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $f(-x)=\sin(-x).\cos^3(-x)=-f(x)$

Kết luận: $y=\sin x.\cos^3 x$ là hàm số lẻ $\mathbb{R}$.

Câu 14: Hàm số $y=\sin x+5\cos x$ là:

A. Hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên $\mathbb{R}$. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y=f(x)=\sin x+5\cos x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Chọn $\pm\dfrac{\pi}{4}\in\mathbb{R}$. Ta có: $f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$; $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=3\sqrt{2}$

Vì $\begin{cases} f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\ne f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) \\ f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\ne -f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\end{cases}$ nên hàm số không chẵn, không lẻ trên $\mathbb{R}$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ ?

A. $y=\dfrac{\sin x+\tan x}{2\cos^2 x}$. **B.** $y=\tan x-\cot x$.

C. $y=\sin 2x+\cos 2x$. **D.** $y=\sqrt{2-\sin^2 3x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y=f(x)=\sin 2x+\cos 2x$

TXĐ là $D=\mathbb{R}$.

Chọn $\pm\dfrac{\pi}{8}\in\mathbb{R}$. Ta có: $f\left(-\dfrac{\pi}{8}\right)=2\sqrt{2}$; $f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=3\sqrt{2}$

Vì $\begin{cases} f\left(-\dfrac{\pi}{8}\right)\ne f\left(\dfrac{\pi}{8}\right) \\ f\left(-\dfrac{\pi}{8}\right)\ne -f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)\end{cases}$ nên hàm số không chẳn, không lẻ trên $\mathbb{R}$.

Câu 16: Hàm số $y=\sin x+5\cos x$ là:

A. Hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên $\mathbb{R}$. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y = f\left(x\right) = \sin x + 5\cos x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Chọn $\pm\frac{\pi}{4} \in \mathbb{R}$. Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$

Vì $\begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$ nên hàm số không chẵn, không lẻ trên $\mathbb{R}$.

Câu 17: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ ?

A. $y = \frac{\sin x + \tan x}{2\cos^2 x}$.   **B.** $y = \tan x - \cot x$.

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.   **D.** $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm $y = f\left(x\right) = \sin 2x + \cos 2x$

TXĐ là $D = \mathbb{R}$.

Chọn $\pm\frac{\pi}{8} \in \mathbb{R}$. Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{8}\right) = 2\sqrt{2}$; $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 3\sqrt{2}$

Vì $\begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{8}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{8}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{8}\right) \end{cases}$ nên hàm số không chẳn, không lẻ trên $\mathbb{R}$.

Câu 18: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn:

A. $y = 5\sin x.\tan 2x$.   **B.** $y = 3\sin x + \cos x$.

C. $y = 2\sin 3x + 5$.   **D.** $y = \tan x - 2\sin x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét hàm $y = f\left(x\right) = 5\sin x.\tan 2x$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f\left(-x\right) = 5\sin\left(-x\right).\tan\left(-2x\right) = 5\sin x.\tan 2x = f\left(x\right)$.

Vậy $y = f\left(x\right) = 5\sin x.\tan 2x$ là hàm số chẵn trên tập xác định của nó.

Câu 19: Hàm số nào sau đây không chẵn, không lẻ:

A. $y = \frac{\sin x + \tan x}{2\cos^3 x}$.   **B.** $y = \tan x + \cot x$.

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$.   **D.** $y = \sqrt{2 - \sin^2 3x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn **C.**

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $\frac{\pi}{6} \in D \Rightarrow -\frac{\pi}{6} \in D$

Vì $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\neq \pm f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ nên hàm số không chẵn không lẻ trên $\mathbb{R}$.

Nhận xét: Tổng của một hàm chẵn và một hàm lẻ là một hàm không chẵn không lẻ.

Câu 20: Trong các hàm số sau đây hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=\sin^2 x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=-\cos x$. **D.** $y=\sin x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét hàm $y=f(x)=\sin x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $f(-x)=\sin(-x)=-\sin x=f(x)$.

Vậy $y=f(x)=\sin x$ là hàm số lẻ trên tập xác định của nó.

Câu 21: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=-\sin x$. **B.** $y=\cos x-\sin x$. **C.** $y=\cos x+\sin^2 x$. **D.** $y=\cos x\sin x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Xét hàm $y=f(x)=\cos x+\sin^2 x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $f(-x)=\cos(-x)+\sin^2(-x)=\cos x+\sin^2 x=f(x)$.

Vậy $y=f(x)=\cos x+\sin^2 x$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Trong các hàm số dưới đây có bao nhiêu hàm số là hàm số chẵn:

$y=\cos 3x\ (1)$; $y=\sin\left(x^2+1\right)\ (2)$; $y=\tan^2 x\ (3)$; $y=\cot x\ (4)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

+ Xét hàm $y=f(x)=\cos 3x$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$f(-x)=\cos(-3x)=\cos 3x=f(x)$

Do đó, $y=f(x)=\cos 3x$ là hàm chẵn trên tập xác định của nó.

+ Xét hàm $y=g(x)=\sin\left(x^2+1\right)$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$g(-x)=\sin\left((-x)^2+1\right)=\sin\left(x^2+1\right)=g(x)$

Do đó: $y=g(x)=\sin\left(x^2+1\right)$ là hàm **chẵn** trên $\mathbb{R}$.

+ Xét hàm $y=h(x)=\tan^2 x$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$

Với mọi $x\in D$, ta có: $-x\in D$ và

$h(-x)=\tan^2(-x)=\tan^2 x=h(x)$

Do đó: $y = h(x) = \tan^{2016} x$ là hàm số **chẵn** trên D.

+ Xét hàm $y = t(x) = \cot x$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và

$t(-x) = \cot(-x) = -\cot x = -t(x)$

Do đó: $y = t(x) = \cot x$ là hàm số **lẻ** trên D.

Vậy (1), (2), (3) là các hàm số chẵn.

Câu 24: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x$. **B.** $y = x + 1$. **C.** $y = x^2$. **D.** $y = \dfrac{x-1}{x+2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D$, $\sin(x + k2\pi) = \sin x$.

Vậy $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn.

Câu 25: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x - x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = x \sin x$ **D.** $y = \dfrac{x^2+1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D$, $\cos(x + k2\pi) = \cos x$.

Vậy $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn.

Câu 26: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x \cos x$. **B.** $y = x \tan x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \dfrac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Xét hàm số $y = \tan x$

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k\pi \in D$ và $x + k\pi \in D$, $\tan(x + k\pi) = \tan x$.

Vậy $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn.

Câu 27: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \dfrac{\sin x}{x}$. **B.** $y = \tan x + x$. **C.** $y = x^2 + 1$. **D.** $y = \cot x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Xét hàm số $y = \cot x$,

Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k\pi \in D$ và $x + k\pi \in D$, $\cot(x + k\pi) = \cot x$.

Vậy $y = \cot x$ là hàm tuần hoàn.

Câu 29: Chu kỳ của hàm số $y = \sin x$ là:

A. $k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** 2π.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D$, $\sin(x + k2\pi) = \sin x$.

Vậy $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì 2π (ứng với $k = 1$) là số dương nhỏ nhất thỏa $\sin(x + k2\pi) = \sin x$.

Câu 30: Chu kỳ của hàm số $y = \cos x$ là:

A. $k2\pi$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** π. **D.** 2π.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D$, $\cos(x + k2\pi) = \cos x$.

Vậy $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì 2π (ứng với $k = 1$) là số dương nhỏ nhất thỏa $\cos(x + k2\pi) = \cos x$.

Câu 31: Chu kỳ của hàm số $y = \tan x$ là:

A. 2π. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **D.** π.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k\pi \in D$ và $x + k\pi \in D$, $\tan(x + k\pi) = \tan x$.

Vậy $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì π (ứng với $k = 1$) là số dương nhỏ nhất thỏa $\tan(x + k\pi) = \tan x$.

Câu 33: Chu kỳ của hàm số $y = \cot x$ là:

A. 2π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \}$.

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k\pi \in D$ và $x + k\pi \in D$, $\cot(x + k\pi) = \cot x$.

Vậy $y = \cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì π (ứng với $k = 1$) là số dương nhỏ nhất thỏa $\cot(x + k\pi) = \cot x$.

DẠNG 2: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Phương pháp.
Cho hàm số $y=f(x)$ tuần hoàn với chu kì T
* Để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số, ta chỉ cần khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trên một đoạn có độ dài bằng T sau đó ta tịnh tiến theo các véc tơ $k.\vec{v}$ (với $\vec{v}=(T;0)$, $k\in\mathbb{Z}$) ta được toàn bộ đồ thị của hàm số.
* Số nghiệm của phương trình $f(x)=k$, (với k là hằng số) chính bằng số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=k$.
* Nghiệm của bất phương trình $f(x)\ge 0$ là miền x mà đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm trên trục Ox.

Câu 1: Hàm số $y=\sin x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\pi+k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\pi+k2\pi;k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}+k2\pi;\frac{5\pi}{2}+k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:
Chọn D
Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2: Hàm số $y=\cos x$:

A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\pi+k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\pi+k2\pi;k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

B. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\pi+k2\pi;k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(k2\pi;\pi+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

D. Đồng biến trên mỗi khoảng $(k2\pi;\pi+k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi+k2\pi;3\pi+k2\pi)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi+k2\pi;k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi;\pi+k2\pi)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3: Hàm số: $y=\sqrt{3}+2\cos x$ tăng trên khoảng:

A. $\left(-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{7\pi}{6};2\pi\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn **C.**

Vì hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi+k2\pi;k2\pi)$, $k\in\mathbb{Z}$ nên hàm số $y=\sqrt{3}+2\cos x$ cũng đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi+k2\pi;k2\pi)$, $k\in\mathbb{Z}$

Vì $\left(\frac{7\pi}{6};2\pi\right)\subset(\pi;2\pi)$ (với $k=1$) nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{7\pi}{6};2\pi\right)$

Câu 4: Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{6}\right)$:

A. $y=\cos x$. **B.** $y=\cot 2x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\cos 2x$.

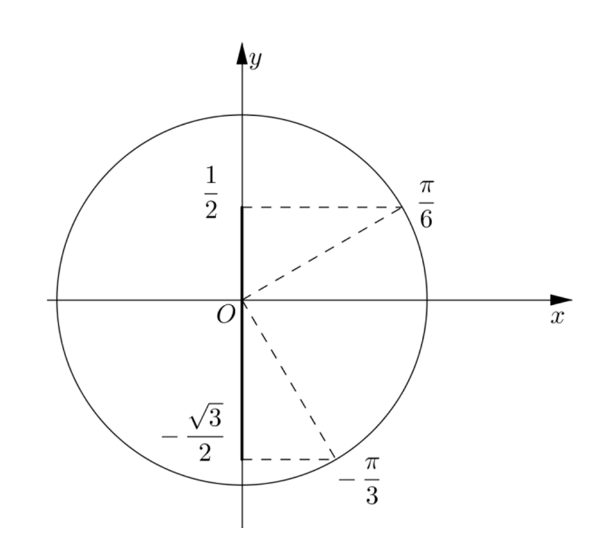
Hướng dẫn giải:

Chọn **C.**

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

ta thấy trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{6}\right)$ hàm $y=\sin x$ tăng dần

(tăng từ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ đến $\frac{1}{2}$).



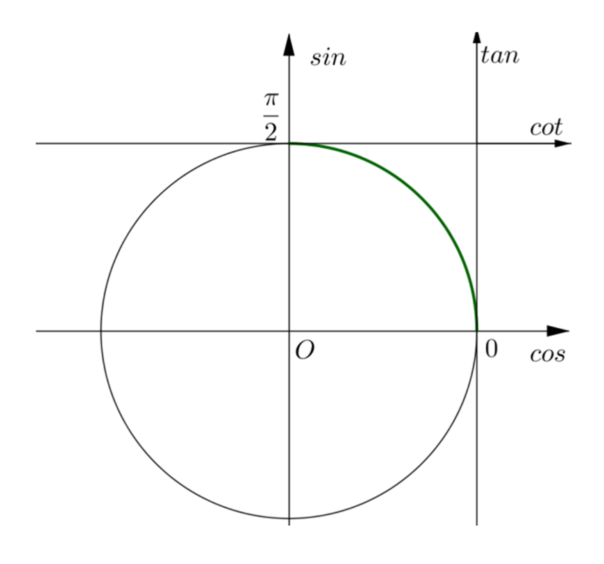
Câu 5: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y=\sin x$ tăng trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số $y=\cot x$ giảm trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y=\tan x$ tăng trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \cos x$ tăng trong khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.



Hướng dẫn giải:

Chọn **D.**

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ ta thấy: $y = \cos x$ **giảm** dần.

Câu 7: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên:

A. Khoảng $(0;\pi)$.

B. Các khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi;\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. Các khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\pi+k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

D. Khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn **B.**

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$

Mà $\left(-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi;\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\right) \subset \left(-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ với mỗi $k \in \mathbb{Z}$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi;\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9: Hàm số $y = \cos x$:

A. Tăng trong $[0;\pi]$.

B. Tăng trong $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ và giảm trong $\left[\dfrac{\pi}{2};\pi\right]$.

C. Nghịch biến $[0;\pi]$.

D. Các khẳng định trên đều sai.

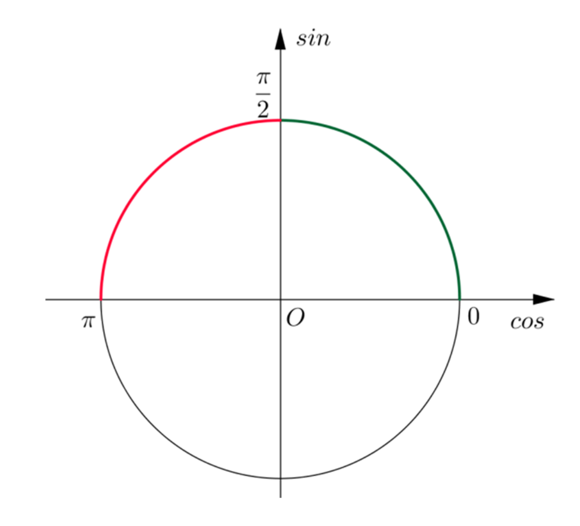
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Quan sát trên đường tròn lượng giác,

ta thấy: trên khoảng $[0;\pi]$ hàm $y = \cos x$ giảm dần

(giảm từ giá trị 1 đến -1)



Chú ý: Hàm số $y=\cos x$ tăng trên mỗi khoảng $\left(-\pi+k2\pi;k2\pi\right)$ và giảm trên mỗi khoảng $\left(k2\pi;\pi+k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$

Câu 10: Hàm số $y=\cos x$ đồng **biến** trên đoạn nào dưới đây:

A. $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. **B.** $\left[\pi;2\pi\right]$. **C.** $\left[-\pi;\pi\right]$. **D.** $\left[0;\pi\right]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\pi+k2\pi;\,k2\pi\right)$, cho $k=1\Rightarrow\left(\pi;2\pi\right)$

Câu 12: Hàm số nào sau **đây** có tính đơn điệu trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khác với các hàm số còn lại ?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=-\cot x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y=\cos x$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Ba hàm số còn lại $y=\sin x$, $y=\tan x$, $y=-\cot x$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 13: Hàm số $y=\tan x$ đồng biến trên khoảng:

A. $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{\pi}{2}\right]$. **C.** $\left(0;\frac{3\pi}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{3\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do hàm số $y=\tan x$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 14: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$.

B. Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$.

C. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{4}\right)$.

D. Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên $\left(-\pi+k2\pi;\,k2\pi\right)$, cho $k=0\Rightarrow\left(-\pi;0\right)$ suy ra đồng biến trên $\left(-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 15: Hàm số nào **sau** đây nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=-\cot x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 16: Hàm số nào **dưới** đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \cot x$. **D.** $y = \tan x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$, cho $k = 1 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$.

DẠNG 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=3\sin 2x-5$ lần lượt là:

A. -8 và -2. **B.** 2 và 8. **C.** -5 và 2. **D.** -5 và 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có :

$-1\le \sin 2x\le 1\Leftrightarrow -3\le 3\sin 2x\le 3\Leftrightarrow -3-5\le 3\sin 2x-5\le 3-5\Leftrightarrow -8\le y=3\sin 2x-5\le -2$

Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là -8 và -2.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=7-2\cos (x+\frac{\pi }{4})$ lần lượt là:

A. -2 và 7. **B.** -2 và 2. **C.** 5 và 9. **D.** 4 và 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $-1\le cos\left(x+\frac{\pi }{4} \right)\le 1\Leftrightarrow -2\le -2.cos\left(x+\frac{\pi }{4} \right)\le 2\Leftrightarrow 7-2\le y=7-2.cos\left(x+\frac{\pi }{4} \right)\le 7-\left(-2 \right)$

Hay $5\le y\le 9$.

Do đó giá trị nhỏ nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 5 và 9.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=4\sqrt{\sin x+3}-1$ lần lượt là:

A. $\sqrt{2}$ và 2. **B.** 2 và 4. **C.** $4\sqrt{2}$ và 8. **D.** $4\sqrt{2}-1$ và 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có :

$-1\le \text{sinx}\le 1\Leftrightarrow 2\le \text{sinx+3}\le 4\Leftrightarrow \sqrt{2}\le \sqrt{\text{sinx+3}}\le 2\Leftrightarrow 4\sqrt{2}-1\le y=4\sqrt{\text{sinx+3}}-1\le 4.2-1=7$

Do đó giá trị nhỏ nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $4\sqrt{2}-1$ và 7.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y={{\sin }^{2}}x-4\sin x-5$ là:

A. -20. **B.** -8. **C.** 0. **D.** 9.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $y={{\sin }^{2}}x-4\sin x-5={{\left(\text{sinx}-2 \right)}^{2}}-9$

Khi đó : $-1\le \text{sinx}\le 1\Leftrightarrow -3\le \text{sinx}-2\le -1\Rightarrow 1\le {{\left(\text{sinx}-2 \right)}^{2}}\le 9$

Do đó : $y={{\left(\text{sinx}-2 \right)}^{2}}-9\ge 1-9=-8$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -8.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=1-2\cos x-{{\cos }^{2}}x$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có : $y=1-2\cos x-{{\cos }^{2}}x=2-{{\left(\cos x+1 \right)}^{2}}$

Nhận xét : $-1\le \cos x\le 1\Leftrightarrow 0\le \cos x+1\le 2\Rightarrow 0\le {{\left(\cos x+1 \right)}^{2}}\le 4$

Do đó $y=2-{{\left(\cos x+1 \right)}^{2}}\le 2-0=2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là 2.

Câu 6: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=2+3\sin 3x$

A. $\min y=-2;\ \max y=5$ **B.** $\min y=-1;\ \max y=4$

C. $\min y = -1;\ \max y = 5$		**D.** $\min y = -5;\ \max y = 5$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $-1 \le \sin 3x \le 1 \Rightarrow -1 \le y \le 5$. Suy ra: $\min y = -1;\ \max y = 5$

Câu 7: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - 4\sin^2 2x$

A. $\min y = -2;\ \max y = 1$		**B.** $\min y = -3;\ \max y = 5$

C. $\min y = -5;\ \max y = 1$		**D.** $\min y = -3;\ \max y = 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $0 \le \sin^2 2x \le 1 \Rightarrow -3 \le y \le 1$. Suy ra: $\min y = -3;\ \max y = 1$

Câu 8: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\cos(3x - \frac{\pi}{3}) + 3$

A. $\min y = 2, \max y = 5$		**B.** $\min y = 1, \max y = 4$

C. $\min y = 1, \max y = 5$		**D.** $\min y = 1, \max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\min y = 1$ đạt được khi $x = \frac{4\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$

$\max y = 5$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$

Câu 9: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{3 - 2\sin^2 2x} + 4$

A. $\min y = 6, \max y = 4 + \sqrt{3}$		**B.** $\min y = 5, \max y = 4 + 2\sqrt{3}$

C. $\min y = 5, \max y = 4 + 3\sqrt{3}$		**D.** $\min y = 5, \max y = 4 + \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\min y = 5$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

$\max y = 4 + \sqrt{3}$ đạt được khi $x = k\frac{\pi}{2}$

Câu 10: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{2\sin x + 3}$

A. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 1$		**B.** $\max y = \sqrt{5}, \min y = 2\sqrt{5}$

C. $\max y = \sqrt{5}, \min y = 2$		**D.** $\max y = \sqrt{5}, \min y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $1 \le 2\sin x + 3 \le 5 \Rightarrow 1 \le y \le \sqrt{5}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\max y = \sqrt{5}$, đạt được khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Giá trị nhỏ nhất bằng $\min y = 1$, đạt được khi . $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ ..

Câu 11: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 - \sqrt{2\cos^2 x + 1}$

A. $\max y = 1, \min y = 1 - \sqrt{3}$		**B.** $\max y = 3, \min y = 1 - \sqrt{3}$

C. $\max y = 2, \min y = 1 - \sqrt{3}$		**D.** $\max y = 0, \min y = 1 - \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $1 \le \sqrt{2\cos^2 x + 1} \le \sqrt{3} \Rightarrow 1 - \sqrt{3} \le y \le 0$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\max y = 0$, đạt được khi $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\min y = 1 - \sqrt{3}$, đạt được khi $x = k\pi$.

Câu 12: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 3\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

A. $\min y = -2$, $\max y = 4$ **B.** $\min y = 2$, $\max y = 4$
C. $\min y = -2$, $\max y = 3$ **D.** $\min y = -1$, $\max y = 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $-1 \le \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) \le 1 \Rightarrow -2 \le y \le 4$

- $y = -2 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{8} + k\pi \Rightarrow \min y = -2$

Câu 13: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 2\cos^2 3x$

A. $\min y = 1$, $\max y = 2$ **B.** $\min y = 1$, $\max y = 3$
C. $\min y = 2$, $\max y = 3$ **D.** $\min y = -1$, $\max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $0 \le \cos^2 3x \le 1 \Rightarrow 1 \le y \le 3$

- $y = 1 \Leftrightarrow \cos^2 3x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{k\pi}{3} \Rightarrow \min y = 1$
- $y = 3 \Leftrightarrow \cos^2 3x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \Rightarrow \max y = 3$

Câu 14: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + \sqrt{2 + \sin 2x}$

A. $\min y = 2$, $\max y = 1 + \sqrt{3}$ **B.** $\min y = 2$, $\max y = 2 + \sqrt{3}$
C. $\min y = 1$, $\max y = 1 + \sqrt{3}$ **D.** $\min y = 1$, $\max y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $-1 \le \sin 2x \le 1 \Rightarrow 2 \le y \le 1 + \sqrt{3}$

- $y = 2 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \min y = 2$
- $y = 1 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \max y = 1 + \sqrt{3}$

Câu 15: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \dfrac{4}{1 + 2\sin^2 x}$

A. $\min y = \dfrac{4}{3}$, $\max y = 4$ **B.** $\min y = \dfrac{4}{3}$, $\max y = 3$
C. $\min y = \dfrac{4}{3}$, $\max y = 2$ **D.** $\min y = \dfrac{1}{2}$, $\max y = 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $0 \le \sin^2 x \le 1 \Rightarrow \dfrac{4}{3} \le y \le 4$

- $y=\frac{4}{3}\Leftrightarrow \sin^2 x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Rightarrow \min y=\frac{4}{3}$

Câu 16: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=2\sin^2 x+\cos^2 2x$

A. $\max y=4, \min y=\frac{3}{4}$ **B.** $\max y=3, \min y=2$

C. $\max y=4, \min y=2$ **D.** $\max y=3, \min y=\frac{3}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt $t=\sin^2 x,\ 0\le t\le 1\Rightarrow \cos 2x=1-2t$

$\Rightarrow y=2t+(1-2t)^2=4t^2-2t+1=(2t-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$.

Do $0\le t\le 1\Rightarrow -\frac{1}{2}\le 2t-\frac{1}{2}\le \frac{3}{2}\Rightarrow 0\le (2t-\frac{1}{2})^2\le \frac{9}{4}\Rightarrow \frac{3}{4}\le y\le 3$.

Vậy $\max y=3$ đạt được khi $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

$\min y=\frac{3}{4}$ đạt được khi $\sin^2 x=\frac{1}{4}$.

Câu 17: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=3\sin x+4\cos x+1$

A. $\max y=6, \min y=-2$ **B.** $\max y=4, \min y=-4$

C. $\max y=6, \min y=-4$ **D.** $\max y=6, \min y=-1$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Áp dụng BĐT $(ac+bd)^2\le (c^2+d^2)(a^2+b^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$.

Ta có: $(3\sin x+4\cos x)^2\le (3^2+4^2)(\sin^2 x+\cos^2 x)=25$

$\Rightarrow -5\le 3\sin x+4\cos x\le 5\Rightarrow -4\le y\le 6$.

Vậy $\max y=6$, đạt được khi $\tan x=\frac{3}{4}$.

$\min y=-4$, đạt được khi $\tan x=-\frac{3}{4}$.

Chú ý: Với cách làm tương tự ta có được kết quả tổng quát sau

$\max(a\sin x+b\cos x)=\sqrt{a^2+b^2}$, $\min(a\sin x+b\cos x)=-\sqrt{a^2+b^2}$

Tức là: $-\sqrt{a^2+b^2}\le a\sin x+b\cos x\le \sqrt{a^2+b^2}$.

Câu 18: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=3\sin x+4\cos x-1$

A. $\min y=-6;\ \max y=4$ **B.** $\min y=-6;\ \max y=5$

C. $\min y=-3;\ \max y=4$ **D.** $\min y=-6;\ \max y=6$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có : $y=5\sin(x+\alpha)-1$ trong đó $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\begin{cases}\sin\alpha=\frac{4}{5}\\ \cos\alpha=\frac{3}{5}\end{cases}$

Suy ra $\min y = -6;\ \max y = 4$.

Câu 19: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1;\ \max y = 3\sqrt{2} + 1$ **B.** $\min y = -3\sqrt{2} - 1;\ \max y = 3\sqrt{2} - 1$

C. $\min y = -3\sqrt{2};\ \max y = 3\sqrt{2} - 1$ **D.** $\min y = -3\sqrt{2} - 2;\ \max y = 3\sqrt{2} - 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $y = 1 - \cos 2x + 3\sin 2x - 2(1 + \cos 2x)$

$= 3\sin 2x - 3\cos 2x - 1 = 3\sqrt{2}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$

Suy ra $\min y = -3\sqrt{2} - 1;\ \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

Câu 20: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sin^2 x + 3\sin 2x + 3\cos^2 x$

A. $\max y = 2 + \sqrt{10};\ \min y = 2 - \sqrt{10}$ **B.** $\max y = 2 + \sqrt{5};\ \min y = 2 - \sqrt{5}$

C. $\max y = 2 + \sqrt{2};\ \min y = 2 - \sqrt{2}$ **D.** $\max y = 2 + \sqrt{7};\ \min y = 2 - \sqrt{7}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y = \frac{1 - \cos 2x}{2} + 3\sin 2x + \frac{3(1 + \cos 2x)}{2} = 3\sin 2x + \cos 2x + 2$.

Mà $-\sqrt{10} \le 3\sin 2x + \cos 2x \le \sqrt{10} \Rightarrow 2 - \sqrt{10} \le y \le 2 + \sqrt{10}$

Từ đó ta có được: $\max y = 2 + \sqrt{10};\ \min y = 2 - \sqrt{10}$.

Câu 21: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin 3x + 1$

A. $\min y = -2, \max y = 3$ **B.** $\min y = -1, \max y = 2$

C. $\min y = -1, \max y = 3$ **D.** $\min y = -3, \max y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 22: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 4\cos^2 2x$

A. $\min y = -1, \max y = 4$ **B.** $\min y = -1, \max y = 7$

C. $\min y = -1, \max y = 3$ **D.** $\min y = -2, \max y = 7$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 23: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 2\sqrt{4 + \cos 3x}$

A. $\min y = 1 + 2\sqrt{3}, \max y = 1 + 2\sqrt{5}$ **B.** $\min y = 2\sqrt{3}, \max y = 2\sqrt{5}$

C. $\min y = 1 - 2\sqrt{3}, \max y = 1 + 2\sqrt{5}$ **D.** $\min y = -1 + 2\sqrt{3}, \max y = -1 + 2\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 24: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 4\sin 6x + 3\cos 6x$

A. $\min y = -5, \max y = 5$ **B.** $\min y = -4, \max y = 4$

C. $\min y = -3, \max y = 5$ **D.** $\min y = -6, \max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 25: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{3}{1 + \sqrt{2 + \sin^2 x}}$

A. $\min y = \frac{-3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$ **B.** $\min y = \frac{3}{1 + \sqrt{3}}, \max y = \frac{4}{1 + \sqrt{2}}$

C. $\min y=\frac{2}{1+\sqrt{3}},\max y=\frac{3}{1+\sqrt{2}}$ **D.** $\min y=\frac{3}{1+\sqrt{3}},\max y=\frac{3}{1+\sqrt{2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Câu 26: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\frac{3\sin 2x+\cos 2x}{\sin 2x+4\cos^2 x+1}$

A. $\min y=\frac{-6-3\sqrt{5}}{4},\max y=\frac{-6+3\sqrt{5}}{4}$ **B.** $\min y=\frac{-4-3\sqrt{5}}{4},\max y=\frac{-4+3\sqrt{5}}{4}$

C. $\min y=\frac{-7-3\sqrt{5}}{4},\max y=\frac{-7+3\sqrt{5}}{4}$ **D.** $\min y=\frac{-5-3\sqrt{5}}{4},\max y=\frac{-5+3\sqrt{5}}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Câu 27: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\sin x+\sqrt{2-\sin^2 x}$

A. $\min y=0,\max y=3$ **B.** $\min y=0,\max y=4$

C. $\min y=0,\max y=6$ **D.** $\min y=0,\max y=2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $y\ge 0\ \ \forall x$ và $y^2=2+2\sin x\sqrt{2-\sin^2 x}$

Mà $2\left|\sin x\sqrt{2-\sin^2 x}\right|\le \sin^2 x+2-\sin^2 x=2$

Suy ra $0\le y^2\le 4\Rightarrow 0\le y\le 2$

$\min y=0$ đạt được khi $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$

$\max y=2$ đạt được khi $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$

Câu 28: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\tan^2 x-4\tan x+1$

A. $\min y=-2$ **B.** $\min y=-3$ **C.** $\min y=-4$ **D.** $\min y=-1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $t=(\tan x-2)^2-3$

$\min y=-3$ đạt được khi $\tan x=2$

Không tông tại $\max$.

Câu 29: Tìm tập giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\tan^2 x+\cot^2 x+3(\tan x+\cot x)-1$

A. $\min y=-5$ **B.** $\min y=-3$ **C.** $\min y=-2$ **D.** $\min y=-4$

Hướng dẫn giải:

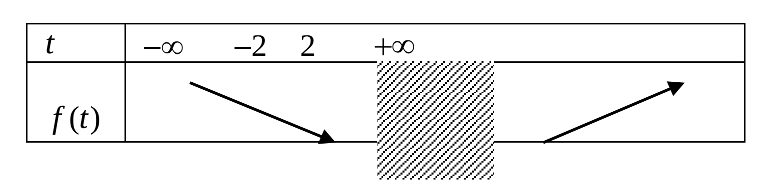
Chọn A

Ta có: $=(\tan x+\cot x)^2+3(\tan x+\cot x)-3$

Đặt $t=\tan x+\cot x=\frac{2}{\sin 2x}\Rightarrow |t|\ge 2$

Suy ra $y=t^2+3t-3=f(t)$

Bảng biến thiên



	-5 7

Vậy $\min y=-5$ đạt được khi $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Không tồn tại $\max y$.

Câu 30: Tìm m để hàm số $y=\sqrt{5\sin 4x-6\cos 4x+2m-1}$ xác định với mọi x.

A. $m\ge 1$ **B.** $m\ge \frac{\sqrt{61}-1}{2}$ **C.** $m<\frac{\sqrt{61}+1}{2}$ **D.** $m\ge \frac{\sqrt{61}+1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Hàm số xác định với mọi $x \Leftrightarrow 5\sin 4x-6\cos 4x\ge 1-2m\ \ \forall x$

Do $\min(5\sin 4x-6\cos 4x)=-\sqrt{61}\Rightarrow -\sqrt{61}\ge 1-2m\Leftrightarrow m\ge \frac{\sqrt{61}+1}{2}$.

Câu 31: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=1+\sqrt{3+2\sin x}$

A. $\min y=-2;\ \max y=1+\sqrt{5}$ **B.** $\min y=2;\ \max y=\sqrt{5}$

C. $\min y=2;\ \max y=1+\sqrt{5}$ **D.** $\min y=2;\ \max y=4$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $1\le 3+2\sin x\le 5\Rightarrow 2\le y\le 1+\sqrt{5}$. Suy ra: $\min y=2;\ \max y=1+\sqrt{5}$

Câu 32: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=4\sin 3x-3\cos 3x+1$

A. $\min y=-3;\ \max y=6$ **B.** $\min y=-4;\ \max y=6$

C. $\min y=-4;\ \max y=4$ **D.** $\min y=-2;\ \max y=6$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $-5\le 4\sin 3x-3\cos 3x\le 5\Rightarrow -4\le y\le 6$. Suy ra: $\min y=-4;\ \max y=6$

Câu 33: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\sqrt{3}\cos x+\sin x+4$

A. $\min y=2;\ \max y=4$ **B.** $\min y=2;\ \max y=6$

C. $\min y=4;\ \max y=6$ **D.** $\min y=2;\ \max y=8$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+4$. Suy ra: $\min y=2;\ \max y=6$

Câu 34: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\frac{\sin 2x+2\cos 2x+3}{2\sin 2x-\cos 2x+4}$

A. $\min y=-\frac{2}{11};\ \max y=2$ **B.** $\min y=\frac{2}{11};\ \max y=3$

C. $\min y=\frac{2}{11};\ \max y=4$ **D.** $\min y=\frac{2}{11};\ \max y=2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $2\sin 2x-\cos 2x+4\ge 4-\sqrt{5}>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$y=\frac{\sin 2x+2\cos 2x+3}{2\sin 2x-\cos 2x+4}\Leftrightarrow (2y-1)\sin 2x-(y+2)\cos 2x=3-4y$

$\Rightarrow (2y-1)^2+(y+2)^2 \ge (3-4y)^2 \Leftrightarrow 11y^2-24y+4\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{2}{11}\le y\le 2$

Suy ra: $\min y=\dfrac{2}{11}$; $\max y=2$.

Câu 35: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{2\sin^2 3x+4\sin 3x\cos 3x+1}{\sin 6x+4\cos 6x+10}$

A. $\min y=\dfrac{11-9\sqrt{7}}{83}$; $\max y=\dfrac{11+9\sqrt{7}}{83}$ **B.** $\min y=\dfrac{22-9\sqrt{7}}{11}$; $\max y=\dfrac{22+9\sqrt{7}}{11}$

C. $\min y=\dfrac{33-9\sqrt{7}}{83}$; $\max y=\dfrac{33+9\sqrt{7}}{83}$ **D.** $\min y=\dfrac{22-9\sqrt{7}}{83}$; $\max y=\dfrac{22+9\sqrt{7}}{83}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $\sin 6x+4\cos 6x+10\ge 10-\sqrt{17}>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

$y=\dfrac{2\sin 6x-\cos 6x+2}{\sin 6x+4\cos 6x+10}\Leftrightarrow (y-2)\sin 6x+(4y+1)\cos 6x=2-10y$

$\Rightarrow (y-2)^2+(4y+1)^2\ge (2-10y)^2\Leftrightarrow 83y^2-44y-1\le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{22-9\sqrt{7}}{83}\le y\le \dfrac{22+9\sqrt{7}}{83}$

Suy ra: $\min y=\dfrac{22-9\sqrt{7}}{83}$; $\max y=\dfrac{22+9\sqrt{7}}{83}$.

Câu 36: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=3\cos x+\sin x-2$

A. $\min y=-2-\sqrt{5}$; $\max y=-2+\sqrt{5}$ **B.** $\min y=-2-\sqrt{7}$; $\max y=-2+\sqrt{7}$

C. $\min y=-2-\sqrt{3}$; $\max y=-2+\sqrt{3}$ **D.** $\min y=-2-\sqrt{10}$; $\max y=-2+\sqrt{10}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Xét phương trình: $3\cos x+\sin x=y+2$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 3^2+1^2\ge (y+2)^2\Leftrightarrow -2-\sqrt{10}\le y\le -2+\sqrt{10}$

Vậy $\min y=-2-\sqrt{10}$; $\max y=-2+\sqrt{10}$.

Câu 37: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{\sin^2 2x+3\sin 4x}{2\cos^2 2x-\sin 4x+2}$

A. $\min y=\dfrac{5-\sqrt{97}}{4}$, $\max y=\dfrac{5+\sqrt{97}}{4}$ **B.** $\min y=\dfrac{5-\sqrt{97}}{18}$, $\max y=\dfrac{5+\sqrt{97}}{18}$

C. $\min y=\dfrac{5-\sqrt{97}}{8}$, $\max y=\dfrac{5+\sqrt{97}}{8}$ **D.** $\min y=\dfrac{7-\sqrt{97}}{8}$, $\max y=\dfrac{7+\sqrt{97}}{8}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y=\dfrac{6\sin 4x-\cos 4x+1}{2\cos 4x-2\sin 4x+6}$

(do $\cos 4x-\sin 4x+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow (6+2y)\sin 4x-(1+2y)\cos 4x=6y-1$

$\Rightarrow (6+2y)^2+(1+2y)^2\ge (6y-1)^2\Leftrightarrow 8y^2-10y-9\le 0\Leftrightarrow \dfrac{5-\sqrt{97}}{8}\le y\le \dfrac{5+\sqrt{97}}{8}$

Vậy $\min y = \dfrac{5-\sqrt{97}}{8}$, $\max y = \dfrac{5+\sqrt{97}}{8}$.

Câu 38: Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau

$y = 3(3\sin x + 4\cos x)^2 + 4(3\sin x + 4\cos x) + 1$

A. $\min y = \dfrac{1}{3}; \max y = 96$ **B.** $\min y - \dfrac{1}{3}; \max y = 6$

C. $\min y = -\dfrac{1}{3}; \max y = 96$ **D.** $\min y = 2; \max y = 6$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Đặt $t = 3\sin x + 4\cos x \Rightarrow t \in [-5;5]$

Khi đó: $y = 3t^2 + 4t + 1 = f(t)$ với $t \in [-5;5]$

Do $\min y = f(-\dfrac{2}{3}) = -\dfrac{1}{3}; \max y = f(5) = 96$.

Câu 39: Tìm m để các bất phương trình $(3\sin x - 4\cos x)^2 - 6\sin x + 8\cos x \ge 2m - 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m > 0$ **B.** $m \le 0$ **C.** $m < 0$ **D.** $m \le 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Đặt $t = 3\sin x - 4\cos x \Rightarrow -5 \le t \le 5$

Ta có: $y = (3\sin x - 4\cos x)^2 - 6\sin x + 8\cos x$

$= t^2 - 2t = (t-1)^2 - 1$

Do $-5 \le t \le 5 \Rightarrow 0 \le (t-1)^2 \le 36 \Rightarrow \min y = -1$

Suy ra yêu cầu bài toán $-1 \ge 2m - 1 \Leftrightarrow m \le 0$.

Câu 40: Tìm m để các bất phương trình $\dfrac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1} \le m + 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m \ge \dfrac{3\sqrt{5}}{4}$ **B.** $m \ge \dfrac{3\sqrt{5}+9}{4}$ **C.** $m \ge \dfrac{3\sqrt{5}-9}{2}$ **D.** $m \ge \dfrac{3\sqrt{5}-9}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Đặt $y = \dfrac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 2\cos 2x + 3}$

(Do $\sin 2x + 2\cos 2x + 3 > 0\ \forall x \Rightarrow$ hàm số xác định trên $\mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow (3 - y)\sin 2x + (1 - 2y)\cos 2x = 3y$

Suy ra $(3-y)^2 + (1-2y)^2 \ge 9y^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 5y - 5 \le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-5-3\sqrt{5}}{4} \le y \le \dfrac{-5+3\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \max y = \dfrac{-5+3\sqrt{5}}{4}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{-5+3\sqrt{5}}{4} \le m + 1 \Leftrightarrow m \ge \dfrac{3\sqrt{5}-9}{4}$.

Câu 41: Tìm m để các bất phương trình $\dfrac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \ge 2$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $\sqrt{10} - 3 < m \le \dfrac{15-\sqrt{29}}{2}$ **B.** $\sqrt{10} - 1 < m \le \dfrac{15-\sqrt{29}}{2}$

C. $\sqrt{10}-1<m\le\frac{15+\sqrt{29}}{2}$ **D.** $\sqrt{10}-1<m<\sqrt{10}+1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Trước hết ta có: $3\cos 2x+\sin 2x+m+1\ne 0\quad \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3^2+1^2<(m+1)^2\Leftrightarrow m^2+2m-9>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1-\sqrt{10}\\ m>-1+\sqrt{10}\end{array}\right.$ (*)

- $m>-1+\sqrt{10}\Rightarrow 3\cos 2x+\sin 2x+m+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Nên $\frac{4\sin 2x+\cos 2x+17}{3\cos 2x+\sin 2x+m+1}\ge 2\Leftrightarrow 2\sin 2x-5\cos 2x\ge 2m-15$

$\Leftrightarrow -\sqrt{29}\ge 2m-15\Leftrightarrow m\le\frac{15-\sqrt{29}}{2}$

Suy ra: $\sqrt{10}-1<m\le\frac{15-\sqrt{29}}{2}$

- $m<-1-\sqrt{10}\Rightarrow 3\cos 2x+\sin 2x+m+1<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Nên $\frac{4\sin 2x+\cos 2x+17}{3\cos 2x+\sin 2x+m+1}\ge 2\Leftrightarrow 2\sin 2x-5\cos 2x\le 2m-15$

$\Leftrightarrow \sqrt{29}\le 2m-15\Leftrightarrow m\ge\frac{15+\sqrt{29}}{2}$ (loại)

Vậy $\sqrt{10}-1<m\le\frac{15-\sqrt{29}}{2}$ là những giá trị cần tìm.

Câu 42: Cho $x,y\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\cos 2x+\cos 2y+2\sin(x+y)=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{\sin^4 x}{y}+\frac{\cos^4 y}{x}$.

A. $\min P=\frac{3}{\pi}$ **B.** $\min P=\frac{2}{\pi}$ **C.** $\min P=\frac{2}{3\pi}$ **D.** $\min P=\frac{5}{\pi}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\cos 2x+\cos 2y+2\sin(x+y)=2\Leftrightarrow \sin^2 x+\sin^2 y=\sin(x+y)$

Suy ra: $x+y=\frac{\pi}{2}$

Áp dụng bđt: $\frac{a^2}{m}+\frac{b^2}{n}\ge\frac{(a+b)^2}{m+n}$

Suy ra: $P\ge\frac{\left(\sin^2 x+\sin^2 y\right)^2}{x+y}=\frac{2}{\pi}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x=y=\frac{\pi}{4}$.

Do đó: $\min P=\frac{2}{\pi}$.

Câu 43: Tìm k để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{k\sin x+1}{\cos x+2}$ lớn hơn -1.

A. $|k|<\sqrt{2}$ **B.** $|k|<2\sqrt{3}$ **C.** $|k|<\sqrt{3}$ **D.** $|k|<2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

Ta có $y=\dfrac{k\sin x+1}{\cos x+2}\Leftrightarrow y\cos x-k\sin x+2y-1=0$

$\Rightarrow y^2+k^2\ge(2y-1)^2\Leftrightarrow 3y^2-4y+1-k^2\le 0\Leftrightarrow\dfrac{2-\sqrt{3k^2+1}}{3}\le y\le\dfrac{2+\sqrt{3k^2+1}}{3}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\dfrac{2-\sqrt{3k^2+1}}{3}>-1\Leftrightarrow 5>\sqrt{3k^2+1}\Leftrightarrow|k|<2\sqrt{2}$.

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

1. Phương trình sin*x* = sinα

a) $\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$

b) $\left|\begin{array}{l} \sin x = a.\ \text{Ñieàu kieän}: -1 \le a \le 1. \\ \sin x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z) \end{array}\right.$

c) $\sin u = -\sin v \Leftrightarrow \sin u = \sin(-v)$

d) $\sin u = \cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\sin u = -\cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(v - \frac{\pi}{2}\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in Z)$

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in Z)$

$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in Z)$

$\sin x = \pm 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in Z)$

2. Phương trình cos*x* = cosα

a) $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + k2\pi \quad (k \in Z)$

b) $\left|\begin{array}{l} \cos x = a.\ \text{Ñieàu kieän}: -1 \le a \le 1. \\ \cos x = a \Leftrightarrow x = \pm\arccos a + k2\pi \quad (k \in Z) \end{array}\right.$

c) $\cos u = -\cos v \Leftrightarrow \cos u = \cos(\pi - v)$

d) $\cos u = \sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\cos u = -\sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in Z)$

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in Z)$

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad (k \in Z)$

$\cos x = \pm 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in Z)$

3. Phương trình tan*x* = tanα

a) $\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi\ (k \in Z)$
b) $\tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi\ (k \in Z)$
c) $\tan u = -\tan v \Leftrightarrow \tan u = \tan(-v)$
d) $\tan u = \cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$
e) $\tan u = -\cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi\ (k \in Z)$

$\tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in Z)$

4. Phương trình cotx = cotα

$\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi\ (k \in Z)$
$\cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi\ (k \in Z)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in Z)$

$\cot x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in Z)$

5. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

Có dạng $at + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R},\ a \neq 0$ **với** t là một hàm số lượng giác nào đó

Cách giải: $at + b = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{b}{a}$ đưa về phương trình lượng giác cơ bản

6. Một số điều cần chú ý:

a) Khi giải phương trình có chứa các hàm số tang, cotang, có mẫu số hoặc chứa căn bậc chẵn, thì nhất thiết phải đặt điều kiện để phương trình xác định.

* Phương trình chứa tan$x$ thì điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in Z)$.

* Phương trình chứa cot$x$ thì điều kiện: $x \neq k\pi\ (k \in Z)$

* Phương trình chứa cả tan$x$ và cot$x$ thì điều kiện $x \neq k\frac{\pi}{2}\ (k \in Z)$

* Phương trình có mẫu số:

- $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi\ (k \in Z)$
- $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in Z)$
- $\tan x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}\ (k \in Z)$
- $\cot x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}\ (k \in Z)$

b) Khi tìm được nghiệm phải kiểm tra điều kiện. Ta thường dùng một trong các cách sau để kiểm tra điều kiện:

1. Kiểm tra trực tiếp bằng cách thay giá trị của x vào biểu thức điều kiện.
2. Dùng đường tròn lượng giác để biểu diễn nghiệm

3. Giải các phương trình vô định.
c) Sử dụng MTCT để thử lại các đáp án trắc nghiệm

- HỌC SINH KHÔNG LỆ THUỘC VÀO VIỆC SỬ DỤNG MTCT ĐỂ THỬ LẠI CÁC ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM.
- HỌC SINH CẦN NẮM ĐƯỢC MẤU CHỐT CỦA VIỆC GIẢI TỰ LUẬN

- CÁC CÂU HỎI HẠN CHẾ MTCT CHẲNG HẠN:

+ SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH TRÊN MỘT ĐOẠN HAY KHOẢNG

+ SỐ ĐIỂM BIỂU DIỄN TRÊN ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC.

+ TỔNG CỦA CÁC NGHIỆM TRÊN MỘT ĐOẠN HAY KHOẢNG

+ TỔNG, HIỆU, TÍCH…CỦA CÁ NGHIỆM DƯƠNG HOẶC ÂM NHỎ NHẤT (LỚN NHẤT)…

PHẦN I: B– BÀI TẬP

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k\pi\\x=\pi-y+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k2\pi\\x=\pi-y+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k2\pi\\x=-y+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k\pi\\x=-y+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 2: Phương trình $\sin x=\sin\alpha$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$

B. $\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k\pi\\x=\pi-\alpha+k\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k\pi\\x=-\alpha+k\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\x=-\alpha+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3: Chọn đáp án đúng trong các câu sau:

A. $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\sin x=1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\sin x=1\Leftrightarrow x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x=-1$là:

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=\frac{3\pi}{2}+k\pi$.

Câu 5: Phương trình $\sin x=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=k\pi$. **C.** $x=k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 6: Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai

A. $\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi.$ **B.** $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi.$

C. $\sin x=0\Leftrightarrow x=k2\pi.$ **D.** $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi.$

Câu 7: Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=0$ (với $k\in\mathbb{Z}$) có nghiệm là

A. $x=k\pi$. **B.** $x=\frac{2\pi}{3}+\frac{k3\pi}{2}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+\frac{k3\pi}{2}$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$.

Câu 9: Phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ là :

A. $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$ **B.** $x=\frac{\pi}{6}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}$.

Câu 10: Nghiệm phương trình $\sin 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{3\pi}{8}+k\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k2\pi\\x=\frac{3\pi}{8}+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin(x+10^\circ)=-1$ là

A. $x=-100^\circ+k360^\circ$. **B.** $x=-80^\circ+k180^\circ$.

C. $x=100^\circ+k360^\circ$. **D.** $x=-100^\circ+k180^\circ$.

Câu 12: Phương trình $\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right)=-\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=-\dfrac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\dfrac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=-\dfrac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\dfrac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ trong khoảng $(0;3\pi)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 14: Nghiệm phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=1$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=k2\pi$.

Câu 15: Phương trình: $1+\sin 2x=0$ có nghiệm là:

A. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình: $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$ với $\pi\le x\le 5\pi$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)-1=0$ là:

A. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2};x=\dfrac{7\pi}{24}+k\dfrac{\pi}{2}$.

B. $x=k2\pi;x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

C. $x=k\pi;x=\pi+k2\pi$.

D. $x=\pi+k2\pi;x=k\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 18: Phương trình $\sqrt{3}+2\sin x=0$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$.

B. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$.

C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$.

D. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=\dfrac{4\pi}{3}+k2\pi$.

Câu 19: Nghiệm của phương trình $\sin 3x=\sin x$ là:

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=k\pi;x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $x=k2\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi;k=k2\pi$.

Câu 20: Phương trình $\sin 2x=-\dfrac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thõa $0<x<\pi$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 21: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$ với $\pi\le x\le 3\pi$ là :

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)-1=0$ là:

A. $x=k\pi$; $x=\pi+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$; $x=\frac{7\pi}{24}+k\frac{\pi}{2}$.

C. $x=k2\pi$; $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $x=\pi+k2\pi$; $x=k\frac{\pi}{2}$.

Câu 23: Họ nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right)=-\frac{1}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\frac{-29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\frac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=-\frac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\frac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$

Câu 24: Phương trình $2\sin\left(2x-40^{o}\right)=\sqrt{3}$ có số nghiệm thuộc $\left(-180^{o};180^{o}\right)$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 25: Tìm sô nghiệm nguyên dương của phương trình sau $\sin\left[\frac{\pi}{4}\left(3x-\sqrt{9x^2-16x-80}\right)\right]=0$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x=1$ là:

A. $x=k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **C.** $x=\pi+k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 27: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x=m$ có nghiệm:

A. $m\le 1$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\le -1$.

Câu 28: Phương trình $2\sin x-m=0$ vô nghiệm khi m là

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $m<-1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<-2$ hoặc $m>2$.

Câu 29: Nghiệm của phương trình $\cos x=1$ là:

A. $x=k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **C.** $x=k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 30: Giá trị đặc biệt nào sau đây là đúng

A. $\cos x\ne 1\Leftrightarrow x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $\cos x\ne 0\Leftrightarrow x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi$.

C. $\cos x\ne -1\Leftrightarrow x\ne -\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $\cos x\ne 0\Leftrightarrow x\ne\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 31: Phương trình: $\cos 2x=1$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=k\pi$. **C.** $x=k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 32: Nghiệm của phương trình $\cos x=-1$ là:

A. $x=\pi+k\pi$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$.   **C.** $x=\pi+k2\pi$.   **D.** $x=\frac{3\pi}{2}+k\pi$.

Câu 33: Nghiệm phương trình $\cos x=\frac{1}{2}$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 34: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x+1=0$ là:

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi; x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$.

C. $x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi; x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi$.   **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi; x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 35: Phương trình $\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=0$ có nghiệm là

A. $\mathrm{x}=\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{2}$.   **B.** $\mathrm{x}=\pi+k\pi$.   **C.** $\mathrm{x}=k\pi$.   **D.** $\mathrm{x}=k2\pi$.

Câu 36: Nghiệm phương trình $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=1$ là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$.   **C.** $x=k\pi$.   **D.** $x=k2\pi$.

Câu 37: Phương trình lượng giác: $2\cos x+\sqrt{2}=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{-3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{-5\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{-\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 38: Nghiệm phương trình: $\cos 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{8}+k\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{8}+k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$. **C.** $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$.

Câu 40: Nghiệm của phương trình $\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ là:

A. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$. **D.** $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 41: Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ với $0 \le x \le 2\pi$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 42: Phương trình $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ có họ nghiệm là

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 43: Giải phương trình lượng giác : $2\cos 2x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi.$ **B.** $x = \pm\frac{\pi}{12} + k2\pi.$ **C.** $x = \pm\frac{\pi}{12} + k\pi.$ **D.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi.$

Câu 44: Giải phương trình lượng giác: $2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k4\pi.$ **B.** $x = \pm\frac{5\pi}{3} + k4\pi.$ **C.** $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi.$ **D.** $x = \pm\frac{5\pi}{3} + k2\pi.$

Câu 45: Giải phương trình $\cos x = \cos\frac{\sqrt{3}}{2}$.

A. $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\arccos\frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 46: Nghiệm của phương trình $\cos\frac{x}{3} = \cos\sqrt{2}$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

A. $x = \pm\sqrt{2} + k\pi$. ` **B.** $x = 3\sqrt{2} + k6\pi$.

C. $x = \pm\sqrt{2} + k4\pi$. **D.** $x = \pm 3\sqrt{2} + k6\pi$.

Câu 47: Nghiệm của phương trình $\cos 3x = \cos x$ là:

A. $x = k2\pi$. **B.** $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x = k\frac{\pi}{2}$. **D.** $x = k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 48: Phương trình $2\sqrt{2}\cos x + \sqrt{6} = 0$ có các nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x=\pm\frac{5\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 49: Phương trình $\cos 4x=\cos\frac{\pi}{5}$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{5}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{5}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{20}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{20}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{5} \\ x=-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{5} \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{2} \\ x=-\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 50: Giải phương trình lượng giác $2\cos\left(\frac{x}{2}\right)+\sqrt{3}=0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{5\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{6}+k4\pi \\ x=-\frac{5\pi}{6}+k4\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{3}+k4\pi \\ x=-\frac{5\pi}{3}+k4\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 51: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$ với $0\le x\le 2\pi$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 52: Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=0$ thuộc khoảng $(\pi,8\pi)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 53: Nghiệm của phương trình $2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{2}=0$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\left\{\frac{-\pi}{12};\frac{-7\pi}{12}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{7\pi}{12}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{12}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{12};\frac{7\pi}{12}\right\}$.

Câu 54: Phương trình $2\cos^2 x=1$ có nghiệm là

A. $x=k\frac{\pi}{4}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=k\frac{\pi}{2}$. **D.** vô nghiệm.

Câu 55: Tìm tổng các nghiệm của phương trình: $2\cos(x-\frac{\pi}{3})=1$ trên $(-\pi;\pi)$

A. $\frac{2\pi}{3}$ **B.** $\frac{\pi}{3}$ **C.** $\frac{4\pi}{3}$ **D.** $\frac{7\pi}{3}$

Câu 56: Tìm số nghiệm nguyên dương của phương trình: $\cos\pi(3-\sqrt{3+2x-x^2})=-1$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 57: Giải phương trình $\cos^2 2x = \frac{1}{4}$.

A. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm\frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 58: Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi m là:

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$. **B.** $m > 1$. **C.** $-1 \le m \le 1$. **D.** $m < -1$.

Câu 59: Cho phương trình: $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm:

A. $m < 1 - \sqrt{3}$. **B.** $m > 1 + \sqrt{3}$.

C. $1 - \sqrt{3} \le m \le 1 + \sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3} \le m \le \sqrt{3}$.

Câu 60: Phương trình $m\cos x + 1 = 0$ có nghiệm khi m thỏa điều kiện

A. $\left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $m \ge -1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \le 1 \\ m \ge -1 \end{array}\right.$

Câu 61: Phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm khi m là

A. $-1 \le m \le 1$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m \ge -2$. **D.** $-2 \le m \le 0$.

Câu 62: Cho $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ là nghiệm của phương trình nào sau đây:

A. $\sin x = 1$. **B.** $\sin x = 0$. **C.** $\cos 2x = 0$. **D.** $\cos 2x = -1$.

Câu 63: Cho phương trình: $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm

A. $m < 1 - \sqrt{3}$. **B.** $m > 1 + \sqrt{3}$.

C. $1 - \sqrt{3} \le m \le 1 + \sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3} \le m \le \sqrt{3}$.

Câu 64: Cho phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$. Tìm m để phương trình có nghiệm?

A. Không tồn tại m. **B.** $m \in [-1; 3]$.

C. $m \in [-3; -1]$. **D.** mọi giá trị của m.

Câu 65: Để phương trình $\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = m$ có nghiệm, ta chọn

A. $m \le 1$. **B.** $0 \le m \le 1$. **C.** $-1 \le m \le 1$. **D.** $m \ge 0$.

Câu 66: Cho biết $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây ?

A. $2\cos x - 1 = 0$. **B.** $2\cos x + 1 = 0$. **C.** $2\sin x + 1 = 0$. **D.** $2\sin x - \sqrt{3} = 0$.

Câu 67: Cho biết $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây ?

A. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$. **B.** $2\cos x - 1 = 0$. **C.** $2\sin x + 1 = 0$. **D.** $2\sin x - \sqrt{3} = 0$.

Câu 68: Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. **B.** $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x = k\pi ; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.   **D.** $x = k\pi ; x = k\frac{\pi}{2}$.

Câu 69: Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.   **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.   **C.** $x = k\pi$.   **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 70: Nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ của phương trình $\sin 4x + \cos 5x = 0$ theo thứ tự là:

A. $x = -\frac{\pi}{18}$; $x = \frac{\pi}{2}$.   **B.** $x = -\frac{\pi}{18}$; $x = \frac{2\pi}{9}$.

C. $x = -\frac{\pi}{18}$; $x = \frac{\pi}{6}$.   **D.** $x = -\frac{\pi}{18}$; $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 71: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\sin(5x + \frac{\pi}{3}) = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ trên $[0; \pi]$

A. $\frac{7\pi}{18}$ **B.** $\frac{4\pi}{18}$ **C.** $\frac{47\pi}{8}$ **D.** $\frac{47\pi}{18}$

Câu 72: Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Khi đó

A. $290^\circ \in X$.   **B.** $250^\circ \in X$.   **C.** $220^\circ \in X$.   **D.** $240^\circ \in X$.

Câu 73: Trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$, phương trình $\cos 2x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.   **B.** $\left\{\frac{-\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$.   **C.** $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right\}$.   **D.** $\left\{\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$.

Câu 74: Số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos x$ trong đoạn $[-\pi; \pi]$ là

A. 2.   **B.** 4.   **C.** 5.   **D.** 6.

Câu 75: Nghiệm của phương trình $\sin x.\cos x = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.   **B.** $x = k\frac{\pi}{2}$.   **C.** $x = k2\pi$.   **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 76: Các họ nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$ là

A. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.   **B.** $\frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

C. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.   **D.** $\frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 77: Nghiệm phương trình: $1 + \tan x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.   **B.** $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.   **C.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.   **D.** $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 78: Họ nghiệm của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{5}\right) + \sqrt{3} = 0$ là

A. $\frac{8\pi}{15} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.   **B.** $-\frac{8\pi}{15} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.   **C.** $-\frac{8\pi}{15} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.   **D.** $\frac{8\pi}{15} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 79: Phương trình $\tan x = \tan\frac{x}{2}$ có họ nghiệm là

A. $x = k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.   **B.** $x = k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x=\pi+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.   **D.** $x=-\pi+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 80: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}+3\tan x=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.   **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.   **C.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$.   **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 81: Phương trình $\sqrt{3}+\tan x=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi.$ **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi.$

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi.$ **D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{4\pi}{3}+k2\pi.$

Câu 82: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3}.\tan x+3=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi.$ **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi.$ **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi.$ **D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi.$

Câu 83: Phương trình $\tan\frac{x}{2}=\tan x$ có nghiệm là

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.   **D. Cả** A,B,C **đều đúng.**

Câu 84: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan 3x-3=0$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x=\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{9}$.   **B.** $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{3}$.   **C.** $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{9}$.   **D.** $x=\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3}$.

Câu 85: Nghiệm của phương trình $\tan x=4$ là

A. $x=\arctan 4+k\pi$.   **B.** $x=\arctan 4+k2\pi$.

C. $x=4+k\pi$.   **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Câu 86: Họ nghiệm của phương trình $\tan 2x-\tan x=0$ là:

A. $\frac{-\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **C.** $\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 87: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3}.\tan x-3=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$.   **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$.   **D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 88: Giải phương trình $\sqrt{3}\tan\left(3x+\frac{3\pi}{5}\right)=0$.

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.   **D.** $x=-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{3};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 89: Nghiệm của phương trình $3\tan\frac{x}{4}-\sqrt{3}=0$ trong nửa khoảng $[0;2\pi)$ là

A. $\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$.   **B.** $\left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$.   **C.** $\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$.   **D.** $\left\{\frac{2\pi}{3}\right\}$.

Câu 90: Phương trình $\tan\left(2x+12^\circ\right)=0$ có nghiệm là

A. $x=-6^\circ+k90^\circ,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.   **B.** $x=-6^\circ+k180^\circ,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $x=-6°+k360°,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $x=-12°+k90°,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 91: Nghiệm của phương trình $\tan(2x-15^0)=1$, với $-90^0<x<90^0$ là

A. $x=-30^0$ **B.** $x=-60^0$

C. $x=30^0$ **D.** $x=-60^0$, $x=30^0$

Câu 92: Số nghiệm của phương trình $\tan x=\tan\dfrac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};2\pi\right)$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 93: Giải phương trình: $\tan^2 x=3$ có nghiệm là

A. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi$. **C.** vô nghiệm. **D.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 94: Nghiệm phương trình $1+\cot x=0$ là:

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$.

Câu 95: Nghiệm của phương trình $\cot x+\sqrt{3}=0$ **là:**

A. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$.

Câu 96: Phương trình lượng giác: $3\cot x-\sqrt{3}=0$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 97: Phương trình lượng giác: $2\cot x-\sqrt{3}=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{-\pi}{6}+k2\pi.\end{array}\right.$ **B.** $x=arc\cot\dfrac{\sqrt{3}}{2}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 98: Nghiệm của phương trình $\cot\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{3}$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{12}+k\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$.

Câu 99: Giải phương trình $\sqrt{3}\cot(5x-\dfrac{\pi}{8})=0$.

A. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{5};k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 100: Nghiệm của phương trình $\cot(\dfrac{x}{4}+10^0)=-\sqrt{3}$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x=-200^0+k360^0$. **B.** $x=-200^0+k720^0$.

C. $x=-20^0+k360^0$. **D.** $x=-160^0+k720^0$.

Câu 101: Giải phương trình $\tan x=\cot x$

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 102: Phương trình $\tan x.\cot x=1$ có tập nghiệm là

A. $T=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $T=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $T=\mathbb{R}\setminus\{\pi+k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $T=\mathbb{R}$.

Câu 103: Giải phương trình $\tan 3x\tan x=1$.

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{8};k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 104: Nghiệm của phương trình $\tan 3x.\cot 2x=1$ là

A. $k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$. **B.** $-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

C. $k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 105: Nghiệm của phương trình $\tan 4x.\cot 2x=1$ là

A. $k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

C. $k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 106: Phương trình nào sau đây vô nghiệm

A. $\tan x=3$. **B.** $\cot x=1$. **C.** $\cos x=0$. **D.** $\sin x=\frac{4}{3}$.

Câu 107: Phương trình: $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+2\tan\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=1$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$ **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$ **D.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Phương trình $(\sin x+1)\left(\sin x-\sqrt{2}\right)=0$ có nghiệm là:

A. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
B. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\,,x=-\dfrac{\pi}{8}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.
D. $x=\pm\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 2: Phương trình $\sin 2x.\left(2\sin x-\sqrt{2}\right)=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=k\dfrac{\pi}{2}\\x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=k\dfrac{\pi}{2}\\x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=k\dfrac{\pi}{2}\\x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2.\sin x.\cos x=1$ là:

A. $x=k2\pi$.
B. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.
C. $x=k\dfrac{\pi}{2}$.
D. $x=k\pi$.

Câu 4: Giải phương trình $4\sin x\cos x\cos 2x+1=0$

A. $x=-\dfrac{\pi}{8}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\dfrac{\pi}{8}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=-\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=-\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 5: Giải phương trình $\cos x(2\cos x+\sqrt{3})=0$.

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,x=\pm\dfrac{5\pi}{6}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,x=\pm\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\sin^4 x-\cos^4 x=0$ là

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi.$
B. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}.$
C. $x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi.$
D. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi.$

Câu 7: Phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2 x-\cos^2 x-1=0$.

A. $\cos 2x=1$.
B. $\cos 2x=-1$.
C. $2\cos^2 x-1=0$.
D. $(\sin x-\cos x)^2=1$.

Câu 8: Phương trình $3-4\cos^2 x=0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\cos 2x=\dfrac{1}{2}$.
B. $\cos 2x=-\dfrac{1}{2}$.
C. $\sin 2x=\dfrac{1}{2}$.
D. $\sin 2x=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sin x.\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)=0$ là :

A. $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right..(k\in\mathbb{Z})$
B. $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi \ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 10: Phương trình $(\sin x + 1)(2\cos 2x - \sqrt{2}) = 0$ có nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. **Cả** A, B, C **đều đúng.**

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin x.\cos x.\cos 2x = 0$ là:

A. $x = k\pi$.　**B.** $x = k\frac{\pi}{2}$.　**C.** $x = k\frac{\pi}{8}$.　**D.** $x = k\frac{\pi}{4}$.

Câu 12: Cho phương trình $\cos x.\cos 7x = \cos 3x.\cos 5x$ (1)

Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình (1)

A. $\sin 5x = 0$.　**B.** $\cos 4x = 0$.　**C.** $\sin 4x = 0$.　**D.** $\cos 3x = 0$.

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 2.　**B.** 6.　**C.** 5.　**D.** 4.

Câu 14: Tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x - 1}{\sqrt{2}.\cos x - 1} = 0$ là

A. $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15: Giải phương trình $4\left(\sin^6 x + \cos^6 x\right) + 2\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right) = 8 - 4\cos^2 2x$

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 16: ìm số nghiệm $x \in \left[0; 14\right]$ nghiệm đúng phương trình : $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$

A. 1　**B.** 2　**C.** 3　**D.** 4

Câu 17: Giải phương trình $\sin x.\cos x\left(1 + \tan x\right)\left(1 + \cot x\right) = 1$.

A. Vô nghiệm.　**B.** $x = k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.　**C.** $x = \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.　**D.** $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 18: Số nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{14}; \frac{69\pi}{10}\right)$ của phương trình $2\sin 3x.\left(1 - 4\sin^2 x\right) = 1$ là:

A. 40.　**B.** 32.　**C.** 41.　**D.** 46.

Câu 19: Phương trình $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}$ tương đương với phương trình:

A. $\cot x=\sqrt{3}.$ **B.** $\cot 3x=\sqrt{3}.$ **C.** $\tan x=\sqrt{3}.$ **D.** $\tan 3x=\sqrt{3}.$

Câu 20: Giải phương trình : $\sin^4 x+\cos^4 x=1$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}.$

Câu 21: Giải phương trình $\sin x.\cos x.\cos 2x=0$

A. $k\pi$. **B.** $k\frac{\pi}{2}.$ **C.** $k\frac{\pi}{4}.$ **D.** $k\frac{\pi}{8}.$

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\cos x\cos 5x=\frac{1}{2}\cos 6x$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\pi$. **B.** $x=\frac{k\pi}{2}.$ **C.** $x=\frac{k\pi}{4}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}.$

Câu 23: Phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x=\frac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}.$ **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}.$ **C.** $x=\pm\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2}.$ **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}.$

Câu 24: Phương trình $\sin 2x=\cos^4\frac{x}{2}-\sin^4\frac{x}{2}$ có các nghiệm là;

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}\\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\ x=3\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$.

Câu 25: Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sin^3 x.\cos 3x+\cos^3 x.\sin 3x=\frac{3}{8}$ là:

A. $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}.$ **B.** $\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8}.$ **C.** $\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}.$ **D.** $\frac{\pi}{24},\frac{5\pi}{24}.$

Câu 26: Các nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình: $\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=\frac{5}{8}$ là:

A. $\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{9\pi}{6};.$ **B.** $\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{5\pi}{3}.$ **C.** $\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}.$ **D.** $\frac{\pi}{8};\frac{3\pi}{8};\frac{5\pi}{8};\frac{7\pi}{8}.$

Câu 27: Phương trình $2\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{1+8\sin 2x.\cos^2 2x}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{18}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{18}+k\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{24}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{24}+k\pi\end{array}\right.$.

Câu 28: Phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos 2x}+\frac{\cos 3x}{\sin 2x}=\frac{2}{\sin 3x}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}.$ **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}.$ **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Câu 29: Phương trình $\sin^3 x+\cos^3 x+\sin^3 x.\cot x+\cos^3 x.\tan x=\sqrt{2\sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi$.

Câu 30: Phương trình $\frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\sin 2x}=\frac{1}{2}(\tan x+\cot x)$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 31: Cho phương trình $\cos 2x.\cos x+\sin x.\cos 3x=\sin 2x\sin x-\sin 3x\cos x$ và các họ số thực:.

I. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. II. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

III. $x=-\frac{\pi}{14}+k\frac{2\pi}{7}$, $k\in\mathbb{Z}$. IV. $x=\frac{\pi}{7}+k\frac{4\pi}{7}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng: Nghiệm của phương trình là

A. I, II. **B.** I, III. **C.** II, III. **D.** II, IV.

Câu 32: Cho phương trình $\cos^2\left(x-30^0\right)-\sin^2\left(x-30^0\right)=\sin\left(x+60^0\right)$ và các tập hợp số thực:

I. $x=30^0+k120^0$, $k\in\mathbb{Z}$. II. $x=60^0+k120^0$, $k\in\mathbb{Z}$.

III. $x=30^0+k360^0$, $k\in\mathbb{Z}$. IV. $x=60^0+k360^0$, $k\in\mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng về nghiệm của phương trình

A. Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** I, III. **D.** I, IV.

Câu 33: Phương trình $\sin^4 x-\sin^4\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\cos x$ có nghiệm là

A. $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{3\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{3\pi}{12}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{3\pi}{16}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 34: Phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x=\frac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 35: Giải phương trình $\sin x.\cos x(1+\tan x)(1+\cot x)=1$.

A. Vô nghiệm. **B.** $x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 36: Trong nửa khoảng $[0;2\pi)$, phương trình $\sin 2x+\sin x=0$ có số nghiệm là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37: Để phương trình $\frac{\sin^6 x+\cos^6 x}{\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}=m$ có nghiệm, tham số m phải thỏa mãn điều kiện:

A. $-1\le m<-\frac{1}{4}$. **B.** $-2\le m\le -1$. **C.** $1\le m\le 2$. **D.** $\frac{1}{4}\le m\le 1$.

Câu 38: Để phương trình: $4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=a^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$ có nghiệm, tham số a phải thỏa điều kiện:

A. $-1\le a\le 1$. **B.** $-2\le a\le 2$. **C.** $-\frac{1}{2}\le a\le\frac{1}{2}$. **D.** $-3\le a\le 3$.

Câu 39: Để phương trình $\frac{a^2}{1-\tan^2 x}=\frac{\sin^2 x+a^2-2}{\cos 2x}$ có nghiệm, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $\begin{cases}|a|>1\\|a|\ne\sqrt{3}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}|a|>2\\|a|\ne\sqrt{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}|a|>3\\|a|\ne\sqrt{3}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}|a|>4\\|a|\ne\sqrt{3}\end{cases}$.

PHẦN II: HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k\pi\\x=\pi-y+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k2\pi\\x=\pi-y+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k2\pi\\x=-y+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k\pi\\x=-y+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Áp dụng công thức nghiệm $\sin x=\sin y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+k2\pi\\x=\pi-y+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

Câu 2: Phương trình $\sin x=\sin\alpha$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$

B. $\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k\pi\\x=\pi-\alpha+k\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k\pi\\x=-\alpha+k\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\x=-\alpha+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 3: Chọn đáp án đúng trong các câu sau:

A. $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\sin x=1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\sin x=1\Leftrightarrow x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đáp án đúng là A, các đáp án còn lại sai vì thiếu họ nghiệm hoặc sai họ nghiệm.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x=-1$là:

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=\frac{3\pi}{2}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 5: Phương trình $\sin x=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.   **B.** $x=k\pi$.   **C.** $x=k2\pi$.   **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 6: Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai

A. $\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi.$ **B.** $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi.$

C. $\sin x=0\Leftrightarrow x=k2\pi.$ **D.** $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi,(k\in\mathbb{Z}).$

Câu 7: Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=0$ (với $k\in\mathbb{Z}$) có nghiệm là

A. $x=k\pi$.   **B.** $x=\frac{2\pi}{3}+\frac{k3\pi}{2}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.   **D.** $x=\frac{\pi}{2}+\frac{k3\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\sin\left(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=0\Leftrightarrow\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{3}=k\pi\Leftrightarrow\frac{2x}{3}=\frac{\pi}{3}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+\frac{k3\pi}{2}\quad(k\in\mathbb{Z})$$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.   **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$.   **C.** $x=k\pi$.   **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\sin x=\sin\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\pi-\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 9: Phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ là :

A. $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$ **B.** $x=\frac{\pi}{6}$.   **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.   **D.** $x=\frac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\sin x=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\pi-\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{R}).$$

Trường hợp 1: $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$. Do $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ nên $-\frac{\pi}{2}\le\frac{\pi}{6}+k2\pi\le\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow-\frac{1}{3}\le k\le\frac{1}{6}$.

Vì $k\in\mathbb{R}$ nên ta chọn được $k=0$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x=\frac{\pi}{6}$.

Trường hợp 2: $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$. Do $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ nên $-\frac{\pi}{2}\le\frac{5\pi}{6}+k2\pi\le\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow-\frac{2}{3}\le k\le-\frac{1}{6}$.

Vì $k\in\mathbb{R}$ nên ta không chọn được giá trị k thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=\frac{\pi}{6}$.

Câu 10: Nghiệm phương trình $\sin 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{3\pi}{8}+k\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k2\pi\\x=\frac{3\pi}{8}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\sin 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\sin 2x=\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\2x=\pi-\frac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{3\pi}{8}+k\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{R})$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin(x+10°)=-1$ là

A. $x=-100°+k360°$.
B. $x=-80°+k180°$.
C. $x=100°+k360°$.
D. $x=-100°+k180°$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\sin(x+10°)=-1\Leftrightarrow\sin(x+10°)=\sin(-90°)$

$\Leftrightarrow x+10°=-90°+k360°\Leftrightarrow x=-100°+k360°, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 12: Phương trình $\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right)=-\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{11\pi}{6}+k10\pi\\x=-\frac{29\pi}{6}+k10\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{11\pi}{6}+k10\pi\\x=\frac{29\pi}{6}+k10\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{11\pi}{6}+k10\pi\\x=-\frac{29\pi}{6}+k10\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{11\pi}{6}+k10\pi\\x=\frac{29\pi}{6}+k10\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\sin\left(\dfrac{x+\pi}{5}\right)=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+\pi}{5}=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ \dfrac{x+\pi}{5}=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{11\pi}{6}+k10\pi\\ x=\dfrac{29\pi}{6}+k10\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ trong khoảng $(0;3\pi)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\sin 2x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ 2x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$

☞ Cách 1: Dựa vào đường tròn lượng giác ta có số nghiệm của phương trình là 6.

☞Cách 2: Giải lần lượt:

$0<\dfrac{\pi}{6}+k\pi<3\pi\Leftrightarrow-\dfrac{1}{6}<k<\dfrac{17}{6}\Rightarrow k=0,1,2.$

$0<\dfrac{\pi}{3}+k\pi<3\pi\Leftrightarrow-\dfrac{1}{3}<k<\dfrac{8}{3}\Rightarrow k=0,1,2.$

Mỗi họ nghiệm có 3 nghiệm thuộc $(0;3\pi)$ nên PT có 6 nghiệm thuộc $(0;3\pi)$.

Câu 14: Nghiệm phương trình $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=1$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Từ $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=1\Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{2}=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=k2\pi$.

Câu 15: Phương trình: $1+\sin 2x=0$ có nghiệm là:

A. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{2}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Từ $1+\sin 2x=0\Leftrightarrow 2x=\dfrac{-\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình: $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$ với $\pi\le x\le 5\pi$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Mà $\pi\le x\le 5\pi \Rightarrow \pi\le\frac{\pi}{4}+k2\pi\le 5\pi \Leftrightarrow \frac{3}{4}\le k\le\frac{19}{8} \Rightarrow k\in\{0;1;2\}$.

Vậy phương trình có 3 nghiệm trong $[\pi;5\pi]$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)-1=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};x=\frac{7\pi}{24}+k\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=k2\pi;x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

C. $x=k\pi;x=\pi+k2\pi$. **D.** $x=\pi+k2\pi;x=k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$2\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)-1=0 \Leftrightarrow \sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\4x-\frac{\pi}{3}=\pi-\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{7\pi}{24}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Câu 18: Phương trình $\sqrt{3}+2\sin x=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$. **D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=\frac{4\pi}{3}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sqrt{3}+2\sin x=0 \Leftrightarrow \sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\x=\frac{4\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 19: Nghiệm của phương trình $\sin 3x=\sin x$ là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=k\pi;x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi;k=k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sin 3x=\sin x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x=x+k2\pi\\x=\pi-x+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\2x=\pi+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 20: Phương trình $\sin 2x=-\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thõa $0<x<\pi$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{R})$.

Trường hợp 1: $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$. Do $0 < x < \pi$ nên $0 < -\frac{\pi}{12} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} < k < \frac{13}{12}$.

Vì $k \in \mathbb{R}$ nên ta chọn được $k = 1$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{11\pi}{12}$.

Trường hợp 2: $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$. Do $0 < x < \pi$ nên $0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{7}{12} < k < \frac{5}{12}$.

Vì $k \in \mathbb{R}$ nên ta chọn được $k = 0$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{7\pi}{12}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 21: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \le x \le 3\pi$ là :

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{R})$.

Do $\pi \le x \le 3\pi$ nên $\pi \le \frac{\pi}{4} + k2\pi \le 3\pi \Leftrightarrow \frac{3}{8} \le k \le \frac{11}{8}$.

Vì $k \in \mathbb{R}$ nên ta chọn được $k = 1$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{9\pi}{4}$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $x = \frac{9\pi}{4}$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là:

A. $x = k\pi$; $x = \pi + k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}$.

C. $x = k2\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = \pi + k2\pi$; $x = k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $2\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)-1=0 \Leftrightarrow \sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 4x-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ 4x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{7\pi}{24}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right. .$$

Câu 23: Họ nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right)=-\frac{1}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\frac{-29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$

B. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\frac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=-\frac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\frac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có

$$\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right)=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x+\pi}{5}=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ \frac{x+\pi}{5}=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-11\pi}{6}+k10\pi \\ x=\frac{29\pi}{6}+k10\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 24: Phương trình $2\sin\left(2x-40^\circ\right)=\sqrt{3}$ có số nghiệm thuộc $\left(-180^\circ;180^\circ\right)$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $2\sin\left(2x-40^\circ\right)=\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin\left(2x-40^\circ\right)=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x-40^\circ\right)=\sin 60^0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-40^\circ=60^\circ+k360^\circ \\ 2x-40^\circ=120^\circ+k360^\circ \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=100^\circ+k360^\circ \\ 2x=160^\circ+k360^\circ \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=50^\circ+k180^\circ \\ x=80^\circ+k180^\circ \end{array}\right.$$

Với $k=0$ thì $x=50^\circ, x=80^\circ$

Với $k=-1$ thì $x=-130^\circ, x=-100^\circ$.

Vậy có 4 nghiệm thuộc $\left(-180^\circ;180^\circ\right)$ là 4

Câu 25: Tìm sô nghiệm nguyên dương của phương trình sau $\sin\left[\frac{\pi}{4}\left(3x-\sqrt{9x^2-16x-80}\right)\right]=0$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $9x^2-16x-80\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 4$.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{\pi}{4}\left(3x-\sqrt{9x^2-16x-80}\right)=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow 3x-\sqrt{9x^2-16x-80}=4k \Leftrightarrow \sqrt{9x^2-16x-80}=3x-4k$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \frac{4k}{3} \\ 9x^2-16x-80=(3x-4k)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \frac{4k}{3} \\ x=\frac{2k^2+10}{3k-2} \end{cases}.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2k^2+10}{3k-2}\geq\frac{4k}{3} \\ x=\frac{2k^2+10}{3k-2}\geq 4 \\ \frac{2k^2+10}{3k-2}\in\mathbb{Z} \end{cases}.$

Ta có: $\begin{cases} \frac{2k^2+10}{3k-2}\geq\frac{4k}{3} \\ x=\frac{2k^2+10}{3k-2}\geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-6k^2+8k+30}{3k-2}\geq 0 \\ \frac{2k^2-12k+18}{3k-2}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3}<k\leq 3$

Vì $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=1,2,3$.

* $k=1\Rightarrow \frac{2k^2+10}{3k-2}=12\in\mathbb{Z}$

* $k=2\Rightarrow \frac{2k^2+10}{3k-2}=\frac{9}{2}\notin\mathbb{Z}$

* $k=3\Rightarrow \frac{2k^2+10}{3k-2}=4\notin\mathbb{Z}$

Kết hợp điều kiện, ta có $x=4, x=12$ là những giá trị cần tìm.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x=1$ là:

A. $x=k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **C.** $x=\pi+k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\sin^2 x=1\Leftrightarrow\frac{1-\cos 2x}{2}=1\Leftrightarrow\cos 2x=-1\Leftrightarrow 2x=\pi+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 27: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x=m$ có nghiệm:

A. $m\leq 1$. **B.** $m\geq -1$. **C.** $-1\leq m\leq 1$. **D.** $m\leq -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta luôn có $-1\leq\sin x\leq 1$

Do đó, phương trình $\sin x=m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1\leq m\leq 1$.

Câu 28: Phương trình $2\sin x-m=0$ vô nghiệm khi m là

A. $-2\leq m\leq 2$. **B.** $m<-1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<-2$ hoặc $m>2$.

Hướng dẫn giải: .

Chọn D.

Ta có $2\sin x - m = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{m}{2}$ $(*)$.

Phương trình (*) vô nghiệm khi và chỉ khi $\left|\frac{m}{2}\right| > 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$.

Câu 29: Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là:

A. $x = k\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = k2\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 30: Giá trị đặc biệt nào sau đây là đúng

A. $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

C. $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên **A sai.**

$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên **B đúng.**

$\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên **C sai.**

$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên **D sai.**

Câu 31: Phương trình: $\cos 2x = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x = k\pi$. **C.** $x = k2\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Từ $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi$

Câu 32: Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = \pi + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = \pi + k2\pi$. **D.** $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 33: Nghiệm phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $\cos x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \cos x=\cos\dfrac{\pi}{3}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 34: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x+1=0$ là:

A. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$.

B. $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$.

C. $x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi;x=-\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$.

D. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi;x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $2\cos 2x+1=0\Leftrightarrow \cos 2x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \cos 2x=\cos\dfrac{2\pi}{3}\Leftrightarrow 2x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 35: Phương trình $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)=0$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{k\pi}{2}$.

B. $x=\pi+k\pi$.

C. $x=k\pi$.

D. $x=k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)=0\Leftrightarrow 2x-\dfrac{\pi}{2}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{\pi}{2},\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 36: Nghiệm phương trình $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=1$ là:

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

B. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

C. $x=k\pi$.

D. $x=k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=1\Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{2}=k2\pi\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 37: Phương trình lượng giác: $2\cos x+\sqrt{2}=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{-3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{-5\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$2\cos x+\sqrt{2}=0\Leftrightarrow \cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow \cos x=\cos\frac{3\pi}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 38: Nghiệm phương trình: $\cos 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{8}+k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{8}+k2\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Từ $\cos 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}=\cos\frac{\pi}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{8}+k\pi \end{array}\right.$.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $\cos x=-\frac{1}{2}$ là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi$. **C.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \cos x=\cos\frac{2\pi}{3}\Leftrightarrow x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 40: Nghiệm của phương trình $\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}=0$ là:

A. $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$. **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$. **D.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}=0\Leftrightarrow \cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Câu 41: Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$ với $0\le x\le 2\pi$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi \ (1) \\ x=-\frac{7\pi}{12}+k2\pi \ (2) \end{array}\right., (k\in\mathbb{Z}).$

$0\le x\le 2\pi$ nên từ (1) ta được $0\le -\frac{\pi}{12}+k2\pi\le 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{24}\le k\le\frac{25}{24}$, chọn $k=1$.

Tương tự từ (2) ta được $0\le -\frac{7\pi}{12}+k2\pi\le 2\pi \Leftrightarrow \frac{7}{24}\le k\le\frac{31}{24}$, chọn $k=1$.

Do các nghiệm của họ (1) và họ (2) không trùng nhau nên phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 42: Phương trình $2\cos x-\sqrt{3}=0$ có họ nghiệm là

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $2\cos x-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x=\cos\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (\mathrm{k}\in\mathbb{Z})$

Câu 43: Giải phương trình lượng giác : $2\cos 2x-\sqrt{3}=0$ có nghiệm là

A. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{12}+k2\pi$. **C.** $x=\pm\frac{\pi}{12}+k\pi$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$2\cos 2x-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos 2x=\cos\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 2x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{12}+k\pi, (k\in\mathbb{Z}).$

Câu 44: Giải phương trình lượng giác: $2\cos\frac{x}{2}+\sqrt{3}=0$ có nghiệm là

A. $x=\pm\frac{5\pi}{6}+k4\pi$. **B.** $x=\pm\frac{5\pi}{3}+k4\pi$. **C.** $x=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi$. **D.** $x=\pm\frac{5\pi}{3}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$2\cos\frac{x}{2}+\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2}=\cos\frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{x}{2}=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pm\frac{5\pi}{3}+k4\pi, (k\in\mathbb{Z}).$

Câu 45: Giải phương trình $\cos x=\cos\frac{\sqrt{3}}{2}$.

A. $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\arccos\frac{\pi}{6}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\cos x=\cos\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\sqrt{3}}{2}+k2\pi\\x=-\frac{\sqrt{3}}{2}+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

Câu 46: Nghiệm của phương trình $\cos\frac{x}{3}=\cos\sqrt{2}$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x=\pm\sqrt{2}+k\pi$. `
B. $x=3\sqrt{2}+k6\pi$.
C. $x=\pm\sqrt{2}+k4\pi$.
D. $x=\pm3\sqrt{2}+k6\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\cos\frac{x}{3}=\cos\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{x}{3}=\sqrt{2}+k2\pi\\\frac{x}{3}=-\sqrt{2}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\sqrt{2}+k6\pi\\x=-3\sqrt{2}+k6\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Câu 47: Nghiệm của phương trình $\cos3x=\cos x$ là:

A. $x=k2\pi$.
B. $x=k2\pi;x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.
C. $x=k\frac{\pi}{2}$.
D. $x=k\pi;x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\cos3x=\cos x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=x+k2\pi\\3x=-x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=k2\pi\\4x=k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 48: Phương trình $2\sqrt{2}\cos x+\sqrt{6}=0$ có các nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
B. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=\pm\frac{5\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
D. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$2\sqrt{2}\cos x+\sqrt{6}=0\Leftrightarrow\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\frac{5\pi}{6}\Leftrightarrow x=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$$

Câu 49: Phương trình $\cos4x=\cos\frac{\pi}{5}$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{5}+k2\pi\\x=-\frac{\pi}{5}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{20}+k2\pi\\x=-\frac{\pi}{20}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{5}+k\dfrac{\pi}{5} \\ x=-\dfrac{\pi}{5}+k\dfrac{\pi}{5} \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{20}+k\dfrac{\pi}{2} \\ x=-\dfrac{\pi}{20}+k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\cos 4x=\cos\frac{\pi}{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 4x=\dfrac{\pi}{5}+k2\pi \\ 4x=-\dfrac{\pi}{5}+k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{20}+k\dfrac{\pi}{2} \\ x=-\dfrac{\pi}{20}+k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Câu 50: Giải phương trình lượng giác $2\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)+\sqrt{3}=0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{6}+k4\pi \\ x=-\dfrac{5\pi}{6}+k4\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{3}+k4\pi \\ x=-\dfrac{5\pi}{3}+k4\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $2\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)+\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)=cos\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \dfrac{x}{2}=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \\ \dfrac{x}{2}=-\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right..\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{3}+k4\pi \\ x=-\dfrac{5\pi}{3}+k4\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{R}\right).$$

Câu 51: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$ với $0\le x\le 2\pi$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1\Leftrightarrow\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}=\cos\frac{\pi}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x+\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{12}+k2\pi \\ x=-\dfrac{7\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Xét $x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi$: Vì $0\le x\le 2\pi$ nên $x=\frac{23\pi}{12}$

Xét $x=-\frac{7\pi}{12}+k2\pi$: Vì $0\le x\le 2\pi$ nên $x=\frac{17\pi}{12}$

Vậy tập nghiệm của phương trình thỏa mãn điều kiện là

$S=\left\{\frac{23\pi}{12};\frac{17\pi}{12}\right\}\Rightarrow$ Có 2 nghiệm.

Câu 52: Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=0$ thuộc khoảng $(\pi,8\pi)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.

Vì $x\in(\pi,8\pi)$ nên $\pi<\frac{\pi}{2}+k2\pi<8\pi\Leftrightarrow\frac{1}{4}<k<\frac{15}{4};k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=1;2;3\Rightarrow$ $x=\frac{5\pi}{2},\frac{9\pi}{2},\frac{13\pi}{2}$.

Câu 53: Nghiệm của phương trình $2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{2}=0$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\left\{\frac{-\pi}{12};\frac{-7\pi}{12}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{7\pi}{12}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{12}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{12};\frac{7\pi}{12}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{2}=0\Leftrightarrow\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{7\pi}{12}+k2\pi\\x=\frac{\pi}{12}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Câu 54: Phương trình $2\cos^2 x=1$ có nghiệm là

A. $x=k\frac{\pi}{4}$. B. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi$. C. $x=k\frac{\pi}{2}$. D. vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $$2\cos^2 x=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\\x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi,(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 55: Tìm tổng các nghiệm của phương trình: $2\cos(x-\frac{\pi}{3})=1$ trên $(-\pi;\pi)$

A. $\frac{2\pi}{3}$ **B.** $\frac{\pi}{3}$ **C.** $\frac{4\pi}{3}$ **D.** $\frac{7\pi}{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương trình $\Leftrightarrow \cos(x-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$

Vì $x\in(-\pi;\pi)$ nên:

* Với $x=k2\pi$ ta chỉ chọn được $k=0\Rightarrow x=0$.

* Với $x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$ ta chỉ chọn được $k=0\Rightarrow x=\frac{2\pi}{3}$.

Vậy tổng các nghiệm bằng $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 56: Tìm số nghiệm nguyên dương của phương trình: $\cos\pi(3-\sqrt{3+2x-x^2})=-1$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình $\Leftrightarrow \pi\left(3-\sqrt{3+2x-x^2}\right)=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 2-2k=\sqrt{3+2x-x^2}$

Ta có: $0\le\sqrt{4-(1-x)^2}\le 2$ và $2-2k$ là số chẵn nên ta có các nghiệm là: $x=-1,x=3,x=1$.

Câu 57: Giải phương trình $\cos^2 2x=\frac{1}{4}$.

A. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi,x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,x=\pm\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\cos^2 2x=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=\frac{1}{2}\\\cos 2x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\2x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\2x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\2x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\pi\\x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\\x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

Câu 58: Phương trình $\cos x-m=0$ vô nghiệm khi m là:

A. $\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>1\end{array}\right.$. **B.** $m>1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m<-1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta luôn có $-1\le\cos x\le 1$

Do đó, phương trình $cosx = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$.

Câu 59: Cho phương trình: $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm:

A. $m < 1 - \sqrt{3}$. **B.** $m > 1 + \sqrt{3}$.

C. $1 - \sqrt{3} \le m \le 1 + \sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3} \le m \le \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\cos x = \frac{1-m}{\sqrt{3}}$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \le \frac{1-m}{\sqrt{3}} \le 1 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{3} \le m \le 1 + \sqrt{3}$.

Câu 60: Phương trình $m\cos x + 1 = 0$ có nghiệm khi m thỏa điều kiện

A. $\left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $m \ge -1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \le 1 \\ m \ge -1 \end{array}\right.$

Câu 61: Phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm khi m là

A. $-1 \le m \le 1$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m \ge -2$. **D.** $-2 \le m \le 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Áp dụng điều kiện nghiệm của phương trình $\cos x = a$.

☞ PT có nghiệm khi $|a| \le 1$.

☞ PT có nghiệm khi $|a| > 1$.

Ta có phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm khi $|m+1| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le m + 1 \le 1 \Leftrightarrow -2 \le m \le 0$.

Câu 62: Cho $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ là nghiệm của phương trình nào sau đây:

A. $\sin x = 1$. **B.** $\sin x = 0$. **C.** $\cos 2x = 0$. **D.** $\cos 2x = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Thay giá trị $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ vào từng phương trình ở các phương án để thử lại.

Ta có: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \left\{\begin{array}{l} 1 \text{ neu k chan} \\ -1 \text{ neu k le} \end{array}\right.$ nên các phương án A và B sai.

$\cos(2x) = \cos 2\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \cos(\pi + k2\pi) = -1$ nên C sai, D đúng.

Câu 63: Cho phương trình: $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm

A. $m < 1 - \sqrt{3}$. **B.** $m > 1 + \sqrt{3}$.

C. $1 - \sqrt{3} \le m \le 1 + \sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3} \le m \le \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1-m}{\sqrt{3}}$.

PT có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \le \frac{1-m}{\sqrt{3}} \le 1 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{3} \le m \le 1 + \sqrt{3}$.

Câu 64: Cho phương trình $\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-m=2$. Tìm m để phương trình có nghiệm?

A. Không tồn tại m. **B.** $m\in[-1;3]$.

C. $m\in[-3;-1]$. **D.** mọi giá trị của m.

Hướng dẫn giải: .

Chọn C.

Ta có: $\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-m=2 \Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=m+2.$

$-1\le\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\le 1\Rightarrow$ phương trình có nghiệm khi $-1\le m+2\le 1 \Leftrightarrow -3\le m\le -1$.

Câu 65: Để phương trình $\cos^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=m$ có nghiệm, ta chọn

A. $m\le 1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\ge 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$0\le\cos^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\le 1,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow 0\le m\le 1$.

Câu 66: Cho biết $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây ?

A. $2\cos x-1=0$. **B.** $2\cos x+1=0$. **C.** $2\sin x+1=0$. **D.** $2\sin x-\sqrt{3}=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$2\cos x-1=0\Leftrightarrow\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$.. Loại **A.**

$2\cos x+1=0\Leftrightarrow\cos x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\frac{2\pi}{3}\Leftrightarrow x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$.. Chọn **B.**

Câu 67: Cho biết $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây ?

A. $2\cos x-\sqrt{3}=0$. **B.** $2\cos x-1=0$. **C.** $2\sin x+1=0$. **D.** $2\sin x-\sqrt{3}=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$2\cos 2x-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\cos 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow 2x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{12}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.Loại **A.**

$2\cos x-1=0\Leftrightarrow\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$. Chọn **B.**

Câu 68: Nghiệm của phương trình $\sin 3x=\cos x$ là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. **B.** $x=k2\pi;x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

C. $x=k\pi;x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=k\pi;x=k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\sin 3x = \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right).$

Câu 69: Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\cos x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right).$

Câu 70: Nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ của phương trình $\sin 4x + \cos 5x = 0$ theo thứ tự là:

A. $x = -\frac{\pi}{18};\ x = \frac{\pi}{2}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{18};\ x = \frac{2\pi}{9}$.

C. $x = -\frac{\pi}{18};\ x = \frac{\pi}{6}$. **D.** $x = -\frac{\pi}{18};\ x = \frac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\sin 4x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\sin 4x$

$\Leftrightarrow \cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{2} + 4x + k2\pi \\ 5x = -\frac{\pi}{2} - 4x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Với nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ta có nghiệm âm lớn nhất và nhỏ nhất là $-\frac{3\pi}{2}$ và $\frac{\pi}{2}$

Với nghiệm $x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9}$ ta có nghiệm âm lớn nhất và nhỏ nhất là $-\frac{\pi}{18}$ và $\frac{\pi}{6}$

Vậy hai nghiệm theo yêu cầu đề bài là $-\frac{\pi}{18}$ và $\frac{\pi}{6}$

Câu 71: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\sin(5x + \frac{\pi}{3}) = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ trên $[0;\pi]$

A. $\frac{7\pi}{18}$ **B.** $\frac{4\pi}{18}$ **C.** $\frac{47\pi}{8}$ **D.** $\frac{47\pi}{18}$

Hướng dẫn giải:

Phương trình $\Leftrightarrow \sin(5x + \frac{\pi}{3}) = \sin(\frac{5\pi}{6} - 2x)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}-2x+k2\pi\\5x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+2x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{14}+k\frac{2\pi}{7}\\x=-\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right..$$

- Với $x=\frac{\pi}{14}+k\frac{2\pi}{7}\Rightarrow 0\le\frac{\pi}{14}+k\frac{2\pi}{7}\le\pi$

$\Leftrightarrow-\frac{\pi}{14}\le k\frac{2\pi}{7}\le\frac{13\pi}{14}\Leftrightarrow-\frac{1}{4}\le k\le\frac{13}{4}$. Do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{0,1,2,3\}$

Suy ra các nghiệm: $x=\frac{\pi}{14},x=\frac{5\pi}{14},x=\frac{9\pi}{14},x=\frac{13\pi}{14}$

- Với $x=-\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}\Rightarrow 0\le-\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}\le\pi$

$\Leftrightarrow\frac{\pi}{18}\le k\frac{2\pi}{3}\le\frac{19\pi}{18}\Leftrightarrow\frac{1}{12}\le k\le\frac{19}{12}$. Do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=1$

Suy ra các nghiêm: $x=\frac{11\pi}{18}$.

Vậy tổng các nghiệm là: $\frac{47\pi}{18}$.

Câu 72: Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2}+15^\circ\right)=\sin x$. Khi đó

A. $290^\circ\in X$. **B.** $250^\circ\in X$. **C.** $220^\circ\in X$. **D.** $240^\circ\in X$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\cos\left(\frac{x}{2}+15^\circ\right)=\sin x\Leftrightarrow\cos\left(\frac{x}{2}+15^\circ\right)=\cos x\left(90^\circ-x\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{x}{2}+15^\circ=90^\circ-x+k360^\circ\\\frac{x}{2}+15^\circ=-90^\circ+x+k360^\circ\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=50^\circ+k240^\circ\\x=210^\circ-k720^\circ\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$$

Vậy $290^\circ\in X$.

Câu 73: Trong nửa khoảng $[0;2\pi)$, phương trình $\cos 2x+\sin x=0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{6}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{-\pi}{6};\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\cos 2x+\sin x=0\Leftrightarrow\cos 2x=-\sin x\Leftrightarrow\cos 2x=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=x+\frac{\pi}{2}+k2\pi\\2x=-x-\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

Mà $x\in[0;2\pi)\Rightarrow x\in\left\{\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$.

Câu 74: Số nghiệm của phương trình $\sin x=\cos x$ trong đoạn $[-\pi;\pi]$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Hướng dẫn giải: .

Chọn **A.**

Ta có $\sin x=\cos x\Leftrightarrow \sin x-\cos x=0\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Do $x\in[-\pi;\pi]\Rightarrow -\pi\le\frac{\pi}{4}+k\pi\le\pi\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\le k\le\frac{3}{4}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}k=0\\k=-1\end{array}\right.\Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm trong đoạn $[-\pi;\pi]$.

Câu 75: Nghiệm của phương trình $\sin x.\cos x=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\sin x.\cos x=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sin 2x=0\Leftrightarrow\sin 2x=0\Leftrightarrow 2x=k\pi\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 76: Các họ nghiệm của phương trình $\sin 2x-\cos x=0$ là

A. $\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{-\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.

C. $\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3};\frac{-\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\frac{-\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3};\frac{-\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\sin 2x-\cos x=0\Leftrightarrow\cos x(2\sin x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

Câu 77: Nghiệm phương trình: $1+\tan x=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Từ $1+\tan x=0\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Câu 78: Họ nghiệm của phương trình $\tan\left(x+\frac{\pi}{5}\right)+\sqrt{3}=0$ là

A. $\frac{8\pi}{15}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.　**B.** $-\frac{8\pi}{15}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.　**C.** $-\frac{8\pi}{15}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.　**D.** $\frac{8\pi}{15}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\tan\left(x+\frac{\pi}{5}\right)+\sqrt{3}=0\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{5}=-\frac{\pi}{3}+k\pi\Leftrightarrow x=-\frac{8\pi}{15}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

Câu 79: Phương trình $\tan x=\tan\frac{x}{2}$ có họ nghiệm là

A. $x=k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.　**B.** $x=k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\pi+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.　**D.** $x=-\pi+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện $\frac{x}{2}\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x\neq\pi+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Ta có $\tan x=\tan\frac{x}{2}\Leftrightarrow x=\frac{x}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$

Câu 80: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}+3\tan x=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.　**B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.　**C.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$.　**D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\sqrt{3}+3\tan x=0\Leftrightarrow\tan x=-\frac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 81: Phương trình $\sqrt{3}+\tan x=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.　**B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$.　**D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=\frac{4\pi}{3}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\sqrt{3}+\tan x=0\Leftrightarrow\tan x=-\sqrt{3}\Leftrightarrow\tan x=\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 82: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3}.\tan x+3=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.　**B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$.　**C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$.　**D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\sqrt{3}.\tan x+3=0\Leftrightarrow\tan x=-\sqrt{3}\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 83: Phương trình $\tan\frac{x}{2}=\tan x$ có nghiệm là

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.　**B.** $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.　**D.** **Cả** A,B,C **đều đúng.**

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

ĐK: $\cos\frac{x}{2}\neq 0, \cos x\neq 0$

$\tan\frac{x}{2}=\tan x\Leftrightarrow \frac{x}{2}=x+k\pi\Leftrightarrow x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ (thỏa mãn).

Câu 84: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan 3x-3=0$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x=\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{9}$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{3}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{9}$. **D.** $x=\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải: .

Chọn D.

Ta có $\sqrt{3}\tan 3x-3=0\Leftrightarrow \tan 3x=\sqrt{3}\Leftrightarrow 3x=\frac{\pi}{3}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{9}+k\frac{\pi}{3},(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 85: Nghiệm của phương trình $\tan x=4$ là

A. $x=\arctan 4+k\pi$. **B.** $x=\arctan 4+k2\pi$.

C. $x=4+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng công thức nghiệm tổng quát của phương trình $\tan x=\alpha\Leftrightarrow x=\arctan\alpha+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 86: Họ nghiệm của phương trình $\tan 2x-\tan x=0$ là:

A. $\frac{-\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải: .

Chọn **D.**

Điều kiện: $\begin{cases}\cos 2x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\\ x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\end{cases}, k\in\mathbb{Z}$.

Phương trình $\tan 2x-\tan x=0\Leftrightarrow \tan 2x=\tan x\Leftrightarrow 2x=x+k\pi\Leftrightarrow x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 87: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3}.\tan x-3=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\sqrt{3}.\tan x-3=0\Leftrightarrow \tan x=\sqrt{3}\Leftrightarrow \tan x=\tan\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 88: Giải phương trình $\sqrt{3}\tan\left(3x+\frac{3\pi}{5}\right)=0$.

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}; k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{4}; k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2}; k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{3}; k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $\sqrt{3}\tan\left(3x+\frac{3\pi}{5}\right)=0 \Leftrightarrow \tan\left(3x+\frac{3\pi}{5}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+\frac{3\pi}{5}=k\pi \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{5}+\frac{k\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 89: Nghiệm của phương trình $3\tan\frac{x}{4}-\sqrt{3}=0$ trong nửa khoảng $[0;2\pi)$ là

A. $\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{2\pi}{3}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$3\tan\frac{x}{4}-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \tan\frac{x}{4}=\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{4}=\frac{\pi}{6}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{2\pi}{3}+k4\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Mà $x\in[0;2\pi) \Leftrightarrow x=\frac{2\pi}{3}$.

Câu 90: Phương trình $\tan(2x+12°)=0$ có nghiệm là

A. $x=-6°+k90°,(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-6°+k180°,(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-6°+k360°,(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=-12°+k90°,(k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\tan(2x+12°)=0 \Leftrightarrow 2x+12°=k.180° \Leftrightarrow x=-6°+k.90°,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 91: Nghiệm của phương trình $\tan(2x-15^0)=1$, với $-90^0<x<90^0$ là

A. $x=-30^0$ **B.** $x=-60^0$

C. $x=30^0$ **D.** $x=-60^0$, $x=30^0$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\tan(2x-15^0)=1 \Leftrightarrow 2x-15^0=45^0+k180^0 \Leftrightarrow 2x=60^0+k180^0 \Leftrightarrow x=30^0+k90^0\ (k\in\mathbb{Z})$.

Xét $x=30^0+k90^0$: Vì $-90^0<x<90^0$ nên $x=30^0\ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 92: Số nghiệm của phương trình $\tan x=\tan\frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};2\pi\right)$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\tan x=\tan\frac{3\pi}{11} \Leftrightarrow x=\frac{3\pi}{11}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

$\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{11}+k\pi<2\pi \Leftrightarrow -0,027<k<1,72 \overset{k\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} k=0;1.$

Câu 93: Giải phương trình: $\tan^2 x=3$ có nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$. **C.** vô nghiệm. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\tan^2 x = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = \sqrt{3}\\ \tan x = -\sqrt{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{3} + k\pi\\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi\end{array}\right., (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 94: Nghiệm phương trình $1 + \cot x = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $1 + \cot x = 0 \Leftrightarrow \cot x = -1 \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{R})$.

Câu 95: Nghiệm của phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ **là:**

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\cot x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = -\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 96: Phương trình lượng giác: $3\cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$3\cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 97: Phương trình lượng giác: $2\cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{6} + k2\pi\\ x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi.\end{array}\right.$ **B.** $x = arc\cot\frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi.$ **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$2\cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = arc\cot\frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 98: Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$ là

A. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{3}\Leftrightarrow\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cot\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{12}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

Câu 99: Giải phương trình $\sqrt{3}\cot(5x-\frac{\pi}{8})=0$.

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{5};k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\sqrt{3}\cot\left(5x-\frac{\pi}{8}\right)=0\Leftrightarrow\cot\left(5x-\frac{\pi}{8}\right)=0\Leftrightarrow\cos\left(5x-\frac{\pi}{8}\right)=0$

$\Leftrightarrow 5x-\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{5};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 100: Nghiệm của phương trình $\cot(\frac{x}{4}+10^0)=-\sqrt{3}$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x=-200^0+k360^0$. **B.** $x=-200^0+k720^0$.
C. $x=-20^0+k360^0$. **D.** $x=-160^0+k720^0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$\cot(\frac{x}{4}+10^0)=-\sqrt{3}=\cot\left(-30^0\right)\Leftrightarrow\frac{x}{4}=-40^0+k180^0\leftrightarrow x=-160^0+k720^0\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 101: Giải phương trình $\tan x=\cot x$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\tan x=\cot x\Leftrightarrow\tan x=\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 102: Phương trình $\tan x.\cot x=1$ có tập nghiệm là

A. $T=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $T=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $T=\mathbb{R}\setminus\left\{\pi+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $T=\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải: .

Chọn **A.**

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}$.

Ta có: $\tan x.\cot x=1$ luôn đúng $\Rightarrow$ tập nghiệm của phương trình cũng chính là tập các giá trị của x để phương trình có nghĩa.

Câu 103: Giải phương trình $\tan 3x\tan x=1$.

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{8};k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Điều kiện $\begin{cases}\cos 3x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}\\ x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\end{cases}$, $k\in\mathbb{Z}$. (*)

Ta có

$\tan 3x.\tan x=1\Leftrightarrow\tan 3x=\frac{1}{\tan x}=\cot x=\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

$\Leftrightarrow 3x=\frac{\pi}{2}-x+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4};k\in\mathbb{Z}.$

So với điều kiện (*) ta được $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$.

Câu 104: Nghiệm của phương trình $\tan 3x.\cot 2x=1$ là

A. $k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$

C. $k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải: .

Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases}\cos 3x\neq 0\\ \sin 2x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}\\ x\neq\frac{k\pi}{2}\end{cases},k\in\mathbb{Z}.$

Phương trình $\tan 3x.\cot 2x=1\Leftrightarrow\tan 3x=\frac{1}{\cot 2x}\Leftrightarrow\tan 3x=\tan 2x\Leftrightarrow 3x=2x+k\pi\Leftrightarrow x=k\pi$ loại do điều kiện $x\neq\frac{k\pi}{2}$.

Câu 105: Nghiệm của phương trình $\tan 4x.\cot 2x=1$ là

A. $k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$

C. $k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$ **D.** Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải: .

Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases}\cos 4x\neq 0\\ \sin 2x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}\\ x\neq\frac{k\pi}{2}\end{cases},k\in\mathbb{Z}.$

Phương trình $\tan 4x.\cot 2x = 1 \Leftrightarrow \tan 4x = \dfrac{1}{\cot 2x} \Leftrightarrow \tan 4x = \tan 2x \Leftrightarrow 4x = 2x + k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{k\pi}{2}$ loại do điều kiện $x \neq \dfrac{k\pi}{2}$

Câu 106: Phương trình nào sau đây vô nghiệm

A. $\tan x = 3$. **B.** $\cot x = 1$. **C.** $\cos x = 0$. **D.** $\sin x = \dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Áp dụng điều kiện nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản, dễ thấy phương trình $\sin x = \dfrac{4}{3}$ vô nghiệm vì $\dfrac{4}{3} > 1$.

Câu 107: Phương trình: $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) + 2\tan\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$ **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z}\right)$ **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn **B.**

Ta có : $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) + 2\tan\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \cot x - 2\cot 2x = 1 \Leftrightarrow \cot x - 2\dfrac{1 - \tan^2 x}{2\tan x} = 1$

$\Leftrightarrow \cot x - (\cot x - \tan x) = 1 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Phương trình $(\sin x+1)(\sin x-\sqrt{2})=0$ có nghiệm là:

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
B. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ x=-\frac{\pi}{8}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.
D. $x=\pm\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$(\sin x+1)(\sin x-\sqrt{2})=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=\sqrt{2}\,(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$

Câu 2: Phương trình $\sin 2x.(2\sin x-\sqrt{2})=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\sin 2x.(2\sin x-\sqrt{2})=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin 2x=0\\ 2\sin x-\sqrt{2}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{k\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2.\sin x.\cos x=1$ là:

A. $x=k2\pi$.
B. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.
C. $x=k\frac{\pi}{2}$.
D. $x=k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $2.\sin x.\cos x=1\Leftrightarrow\sin 2x=1\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$

Câu 4: Giải phương trình $4\sin x\cos x\cos 2x+1=0$

A. $x=-\frac{\pi}{8}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\frac{\pi}{8}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$4\sin x\cos x\cos 2x+1=0\Leftrightarrow 2\sin 2x\cos 2x=-1\Leftrightarrow\sin 4x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\cdot$

Câu 5: Giải phương trình $\cos x(2\cos x+\sqrt{3})=0$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{5\pi}{6}+k\pi; k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$.   **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\cos x\left(2\cos x+\sqrt{3}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\\ x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\sin^4 x-\cos^4 x=0$ là

A. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$.   **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **C.** $x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi$.   **D.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Cách 1:

$\sin^4 x-\cos^4 x=0\Leftrightarrow\cos^2 x-\sin^2 x=0\Leftrightarrow\cos 2x=0\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Cách 2:

$\sin^4 x-\cos^4 x=0\Leftrightarrow\sin^2 x-\cos^2 x=0\Leftrightarrow\sin^2 x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\sin\frac{\pi}{4}\\ \sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 7: Phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2 x-\cos^2 x-1=0$.

A. $\cos 2x=1$.   **B.** $\cos 2x=-1$.   **C.** $2\cos^2 x-1=0$.   **D.** $(\sin x-\cos x)^2=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\sin^2 x-\cos^2 x-1=0\Leftrightarrow-\cos 2x-1=0\Leftrightarrow\cos 2x=-1$.

Câu 8: Phương trình $3-4\cos^2 x=0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\cos 2x=\frac{1}{2}$.   **B.** $\cos 2x=-\frac{1}{2}$.   **C.** $\sin 2x=\frac{1}{2}$.   **D.** $\sin 2x=-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $3-4\cos^2 x=0 \Leftrightarrow 3-4\left(\dfrac{1+\cos 2x}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 1-2\cos 2x=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sin x.\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)=0$ là :

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $.(k\in\mathbb{Z})$

B. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sin x.\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 10: Phương trình $(\sin x+1)(2\cos 2x-\sqrt{2})=0$ có nghiệm là

A. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=-\dfrac{\pi}{8}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D. **Cả** A,B,C **đều đúng.**

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$(\sin x+1)(2\cos 2x-\sqrt{2})=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=-1 \\ \cos 2x=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ 2x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\pm\dfrac{\pi}{8}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin x.\cos x.\cos 2x=0$ là:

A. $x=k\pi$.

B. $x=k\dfrac{\pi}{2}$.

C. $x=k\dfrac{\pi}{8}$.

D. $x=k\dfrac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sin x.\cos x.\cos 2x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 2x.\cos 2x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}\sin 4x=0 \Leftrightarrow \sin 4x=0 \Leftrightarrow 4x=k\pi$$

$$\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{4}\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 12: Cho phương trình $\cos x.\cos 7x=\cos 3x.\cos 5x$ (1)

Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình (1)

A. $\sin 5x=0$.

B. $\cos 4x=0$.

C. $\sin 4x=0$.

D. $\cos 3x=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\cos x.\cos 7x = \cos 3x.\cos 5x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 8x) = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 8x)$

$\Leftrightarrow \cos 6x - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow -2\sin 4x.\sin 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 4x = 0\\ \sin 2x = 0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \sin 4x = 0$ **(Do** $\sin 4x = 2\sin 2x\cos 2x$ **)**

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$. Trên $[2\pi, 4\pi]$, điều kiện $x \neq 3\pi$.

Ta có $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in [2\pi, 4\pi]$ nên $2\pi < k\frac{\pi}{3} < 4\pi \Leftrightarrow 6 < k < 12; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 7;8;9;10;11$

$x = 2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, 3\pi, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, 4\pi$.

So với điều kiện, ta chỉ còn $x = 2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, 4\pi$.

Câu 14: Tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x - 1}{\sqrt{2}.\cos x - 1} = 0$ là

A. $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\end{array}\right.$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện $\cos x \neq \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x \neq \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

Ta có $\frac{\sin 2x - 1}{\sqrt{2}.\cos x - 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

Kết hợp điều kiện, suy ra $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15: Giải phương trình $4(\sin^6 x + \cos^6 x) + 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 8 - 4\cos^2 2x$

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $4\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)+2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)=8-4\cos^2 2x$

$\Leftrightarrow 4\left(1-3\sin^2 x\cos^2 x\right)+2\left(1-2\sin^2 x\cos^2 x\right)=8-4\cos^2 2x$

$\Leftrightarrow 6-4\sin^2 2x=8-4\cos^2 2x$

$\Leftrightarrow \cos 4x=\frac{1}{2}$

Câu 16: ìm số nghiệm $x\in\left[0;14\right]$ nghiệm đúng phương trình : $\cos 3x-4\cos 2x+3\cos x-4=0$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow 4\cos^3 x-3\cos x-4(2\cos^2 x-1)+3\cos x-4=0$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x-8\cos^2 x=0\Leftrightarrow \cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$

Vì $x\in\left[0;14\right]\Rightarrow x=\frac{\pi}{2},x=\frac{3\pi}{2},x=\frac{5\pi}{2},x=\frac{7\pi}{2}$.

Câu 17: Giải phương trình $\sin x.\cos x\left(1+\tan x\right)\left(1+\cot x\right)=1$.

A. Vô nghiệm. **B.** $x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}\sin x\ne 0\\ \cos x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow \sin 2x\ne 0\Leftrightarrow x\ne k\frac{\pi}{2}$

$pt\Leftrightarrow \sin x.\cos x\left(\frac{\sin x+\cos x}{\cos x}\right)\left(\frac{\sin x+\cos x}{\sin x.}\right)=1$

$\Leftrightarrow \left(\sin x+\cos x\right)^2=1\Leftrightarrow \sin 2x=0$ (loại). Phương trình vô nghiệm.

Câu 18: Số nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)$ của phương trình $2\sin 3x.\left(1-4\sin^2 x\right)=1$ là:

A. 40. **B.** 32. **C.** 41. **D.** 46.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$2\sin 3x.\left(1-4\sin^2 x\right)=1\Leftrightarrow 2\sin 3x.\left(4\cos^2 x-3\right)=1$

TH1: $\cos x=0\left(\Rightarrow \sin^2 x=1\right)$. PT có dạng:

$2\sin 3x.\left(4\cos^2 x-3\right)=1\Leftrightarrow 2\left(3\sin x-4\sin x.1\right)\left(4.0-3\right)=1\Leftrightarrow \sin x=-\frac{1}{2}$ Vô lý vì $\sin^2 x=1$

TH2: $\cos x\ne 0$. PT có dạng:

$$2\sin 3x.\left(4\cos^2 x-3\right)=1\Leftrightarrow 2\sin 3x.\cos 3x=\cos x\Leftrightarrow \sin 6x=\cos x\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{14}+k\frac{2\pi}{7}\\ x=\frac{\pi}{104}+k\frac{2\pi}{5}\end{array}\right.$$

Vì $x\in\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{14}\le\frac{\pi}{12}+k\frac{2\pi}{7}<\frac{69\pi}{10}\\ \frac{\pi}{14}\le\frac{\pi}{10}+h\frac{2\pi}{5}<\frac{69\pi}{10}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{24}\le k<\frac{2863}{120}\\ -\frac{1}{14}\le h<17\end{array}\right.$.

Có 24 giá trị k và có 17 giá trị h

$\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$.

Câu 19: Phương trình $\tan x+\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\tan\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)=3\sqrt{3}$ tương đương với phương trình:

A. $\cot x=\sqrt{3}.$ **B.** $\cot 3x=\sqrt{3}.$ **C.** $\tan x=\sqrt{3}.$ **D.** $\tan 3x=\sqrt{3}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Trước hết, ta lưu ý công thức nhân ba: $\sin 3a=3\sin a-4\sin^3 a$; $\cos 3a=4\cos^3 a-3\cos a$;

$\tan 3a=\frac{3\tan a-\tan^3 a}{1-3\tan^2 a}$.

PT $\Leftrightarrow \tan x+\frac{\tan x+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan x\tan\frac{\pi}{3}}+\frac{\tan x+\tan\frac{2\pi}{3}}{1-\tan x\tan\frac{2\pi}{3}}=3\sqrt{3}\Leftrightarrow \tan x+\frac{\tan x+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}\tan x}+\frac{\tan x-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}\tan x}=3\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow\frac{\tan x\left(1-3\tan^2 x\right)+\left(\tan x+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\tan x\right)+\left(\tan x-\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{3}\tan x\right)}{1-3\tan^2 x}=3\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow\frac{\tan x-3\tan^3 x+\tan x+\sqrt{3}\tan^2 x+\sqrt{3}+3\tan x+\tan x-\sqrt{3}\tan^2 x-\sqrt{3}+3\tan x}{1-3\tan^2 x}=3\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow\frac{9\tan x-3\tan^3 x}{1-3\tan^2 x}=3\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{3\tan x-\tan^3 x}{1-3\tan^2 x}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\tan 3x=\sqrt{3}.$

Câu 20: Giải phương trình : $\sin^4 x+\cos^4 x=1$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\sin^4 x+\cos^4 x=1\Leftrightarrow\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-2\sin^2 x\cos^2 x=1\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x=1$

$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{4}\left(1-\cos 4x\right)=1\Leftrightarrow\cos 4x=1\Leftrightarrow 4x=k2\pi\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}$

Câu 21: Giải phương trình $\sin x.\cos x.\cos 2x=0$

A. $k\pi$. **B.** $k\frac{\pi}{2}$. **C.** $k\frac{\pi}{4}$. **D.** $k\frac{\pi}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có : $\sin x.\cos x.\cos 2x=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sin 2x\cos 2x=0\Leftrightarrow\sin 4x=0\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{4}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\cos x\cos 5x=\frac{1}{2}\cos 6x$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\pi$. **B.** $x=\frac{k\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{k\pi}{4}$. **D.** $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có : $\cos x\cos 5x=\frac{1}{2}\cos 6x\Leftrightarrow\frac{1}{2}(\cos 6x+\cos 4x)=\frac{1}{2}\cos 6x\Leftrightarrow\cos 4x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}\ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 23: Phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x=\frac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\pm\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$\sin^6 x+\cos^6 x=\frac{7}{16}\Leftrightarrow 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x=\frac{7}{16}$

$\Leftrightarrow\sin^2 2x=\frac{3}{4}\Leftrightarrow\cos 4x=\frac{-1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$

Câu 24: Phương trình $\sin 2x=\cos^4\frac{x}{2}-\sin^4\frac{x}{2}$ có các nghiệm là;

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\x=3\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Phương trình $\Leftrightarrow\ \sin 2x=\cos^4\frac{x}{2}-\sin^4\frac{x}{2}\Leftrightarrow\sin 2x=\cos x$

$\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{2}-2x=x+k2\pi\\\frac{\pi}{2}-2x=-x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}-k\frac{2\pi}{3}\\x=\frac{\pi}{2}-k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$

Câu 25: Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sin^3 x.\cos 3x+\cos^3 x.\sin 3x=\frac{3}{8}$ là:

A. $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8}$. **C.** $\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}$. **D.** $\frac{\pi}{24},\frac{5\pi}{24}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow\ \sin^3 x.\cos 3x+\cos^3 x.\sin 3x=\frac{3}{8}$

$\Leftrightarrow\sin^3 x\left(4\cos^3 x-3\cos x\right)+\cos^3 x\left(3\sin x-4\sin^3 x\right)=\frac{3}{8}$

$\Leftrightarrow 3\sin x.\cos^3 x-3\cos x.\sin^3 x=\frac{3}{8}\Leftrightarrow\sin x.\cos^3 x-\cos x.\sin^3 x=\frac{1}{8}$

$\Leftrightarrow 8\sin x\cos x\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)=1\Leftrightarrow 4\sin 2x.\cos 2x=1\Leftrightarrow \sin 4x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{24}+\dfrac{k\pi}{2} \\ x=\dfrac{5\pi}{24}+\dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Do $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ của phương trình là $\dfrac{\pi}{24},\dfrac{5\pi}{24}$.

Câu 26: Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0;2\pi\right)$ của phương trình: $\sin^4\dfrac{x}{2}+\cos^4\dfrac{x}{2}=\dfrac{5}{8}$ là:

A. $\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{9\pi}{6};$. **B.** $\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3};\dfrac{4\pi}{3};\dfrac{5\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi}{8};\dfrac{3\pi}{8};\dfrac{5\pi}{8};\dfrac{7\pi}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin^4\dfrac{x}{2}+\cos^4\dfrac{x}{2}=\dfrac{5}{8}\Leftrightarrow 1-\dfrac{1}{2}\sin^2 x=\dfrac{5}{8}\Leftrightarrow 4\sin^2 x=3\Leftrightarrow \cos 2x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Do $x\in\left(0;2\pi\right)$ nên nghiệm thuộc khoảng $\left(0;2\pi\right)$ của phương trình là $\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3};\dfrac{4\pi}{3};\dfrac{5\pi}{3}$.

Câu 27: Phương trình $2\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{1+8\sin 2x.\cos^2 2x}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{18}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{18}+k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{24}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{24}+k\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Điều kiện $1+8\sin 2x.\cos^2 2x\ge 0$

$2\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{1+8\sin 2x.\cos^2 2x}\Leftrightarrow 4\sin^2\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1+8\sin 2x.\cos^2 2x$.

$\Leftrightarrow 2\left[1-\cos\left(6x+\dfrac{\pi}{2}\right)\right]=1+8\sin 2x.\cos^2 2x\Leftrightarrow 8\sin 2x.\cos^2 2x-2\sin 6x-1=0$.

$\Leftrightarrow 8\sin 2x\left(1-\sin^2 2x\right)-2\left(3\sin 2x-4\sin^3 2x\right)-1=0\Leftrightarrow 2\sin 2x-1=0$

$\Leftrightarrow \sin 2x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

Thử lại điều kiện, $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$ đều thoả.

Câu 28: Phương trình $\dfrac{\sin 3x}{\cos 2x}+\dfrac{\cos 3x}{\sin 2x}=\dfrac{2}{\sin 3x}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện $\begin{cases}\cos 2x\ne 0\\ \sin 2x\ne 0\\ \sin 3x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x\ne\frac{k\pi}{2}\\ 3x\ne k\pi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\frac{k\pi}{4}\\ x\ne\frac{k\pi}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\frac{\sin 3x.\sin 2x+\cos 2x.\cos 3x}{\sin 2x.\cos 2x}=\frac{2}{\sin 3x}$

$\Leftrightarrow\frac{2\cos x}{\sin 4x}=\frac{2}{\sin 3x}\Leftrightarrow\sin 3x.\cos x=\sin 4x\Leftrightarrow\frac{1}{2}(\sin 2x+\sin 4x)=\sin 4x$

$\Leftrightarrow\sin 2x=\sin 4x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=4x+k2\pi\\ 2x=\pi-4x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}\end{array}\right.$

So sánh với điều kiện, ta nhận $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}$.

Câu 29: Phương trình $\sin^3x+\cos^3x+\sin^3x.\cot x+\cos^3x.\tan x=\sqrt{2\sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Điều kiện: $\sin 2x>0$ (do có điều kiện của $\tan x,\cot x$)

$\sin^3x+\cos^3x+\sin^3x.\cot x+\cos^3x.\tan x=\sqrt{2\sin 2x}$

$\Leftrightarrow\sin^3x+\cos^3x+\sin^2x\cos x+\cos^2x.\sin x=\sqrt{2\sin 2x}$

$\Leftrightarrow(\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)+\sin x\cos x(\sin x+\cos x)=\sqrt{2\sin 2x}\Leftrightarrow\sin x+\cos x=\sqrt{2\sin 2x}$

$\Rightarrow(\sin x+\cos x)^2=2\sin 2x\Rightarrow 1=\sin 2x\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$

So sánh điều kiện ta có nghiệm phương trình là: $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 30: Phương trình $\frac{\sin^4x+\cos^4x}{\sin 2x}=\frac{1}{2}(\tan x+\cot x)$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **D.** Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiện $\sin 2x\ne 0\Leftrightarrow x\ne k\frac{\pi}{2}$

$\frac{\sin^4x+\cos^4x}{\sin 2x}=\frac{1}{2}(\tan x+\cot x)$

$\Leftrightarrow\frac{(\sin^2x+\cos^2x)^2-2\sin^2x\cos^2x}{2\sin x\cos x}=\frac{1}{2\sin x\cos x}$

$\Leftrightarrow 1-2(\sin x\cos x)^2=1 \Leftrightarrow \sin x\cos x=0 \Leftrightarrow \sin 2x=0 \Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$

So sánh điều kiện ta có phương trình vô nghiệm.

Câu 31: Cho phương trình $\cos 2x.\cos x+\sin x.\cos 3x=\sin 2x\sin x-\sin 3x\cos x$ và các họ số thực:.

I. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. II. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

III. $x=-\frac{\pi}{14}+k\frac{2\pi}{7}$, $k\in\mathbb{Z}$. IV. $x=\frac{\pi}{7}+k\frac{4\pi}{7}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng: Nghiệm của phương trình là

A. I, II. **B.** I, III. **C.** II, III. **D.** II, IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos 2x.\cos x+\sin x.\cos 3x=\sin 2x\sin x-\sin 3x\cos x$

$(\cos 2x.\cos x-\sin 2x\sin x)+(\sin x.\cos 3x+\sin 3x\cos x)=0$

$\Leftrightarrow \cos 3x+\sin 4x=0 \Leftrightarrow \sin 4x=-\cos 3x \Leftrightarrow \sin 4x=\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \sin 4x=\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x=3x-\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ 4x=\pi-3x+\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Từ $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$ nên (I) đúng.

Từ $x=\frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}$, so sánh với nghiệm $x=-\frac{\pi}{14}+\frac{2\pi l}{7}$ như sau:

+ Ta thấy $x=-\frac{\pi}{14}+\frac{2\pi l}{7}$ họ nghiệm này khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác đều được 7 điểm.

+ Cho $\frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}=-\frac{\pi}{14}+\frac{2\pi l}{7} \Leftrightarrow k-l=-1$. Điều này có nghĩa, ứng với một số nguyên k luôn có một số nguyên l

Do đó 2 họ nghiệm $x=\frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}$ và $x=-\frac{\pi}{14}+\frac{2\pi l}{7}$ là bằng nhau.

Chú ý:

$\cos 3x=-\sin 4x \Leftrightarrow \cos 3x=\cos\left(\frac{\pi}{2}+4x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x=\frac{\pi}{2}+4x+k2\pi\\ 3x=-\frac{\pi}{2}-4x+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{2}-k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}\end{array}\right.$

Câu 32: Cho phương trình $\cos^2(x-30^0)-\sin^2(x-30^0)=\sin(x+60^0)$ và các tập hợp số thực:

I. $x=30^0+k120^0$, $k\in\mathbb{Z}$. II. $x=60^0+k120^0$, $k\in\mathbb{Z}$.

III. $x=30^0+k360^0$, $k\in\mathbb{Z}$. IV. $x=60^0+k360^0$, $k\in\mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng về nghiệm của phương trình

A. Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** I, III. **D.** I, IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos^2\left(x-30^0\right)-\sin^2\left(x-30^0\right)=\sin\left(x+60^0\right)$

$\Leftrightarrow \cos\left(2x-60^0\right)=\sin\left(x+60^0\right) \Leftrightarrow \cos\left(2x-60^0\right)=\cos\left(30^0-x\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=30^0+k120^0 \\ x=30^0+k360^0 \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Câu 33: Phương trình $\sin^4 x-\sin^4\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\cos x$ có nghiệm là

A. $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{3\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{3\pi}{12}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{3\pi}{16}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin^4 x-\sin^4\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\cos x \Leftrightarrow \sin^4 x-\cos^4 x=2\sin x\cos x$

$\Leftrightarrow \sin^2 x-\cos^2 x=\sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x+\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}\ \left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 34: Phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x=\frac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $\Leftrightarrow 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x=\frac{7}{16} \Leftrightarrow \frac{5}{8}+\frac{3}{8}\cos 4x=\frac{7}{16} \Leftrightarrow \cos 4x=-\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 4x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2},\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 35: Giải phương trình $\sin x.\cos x(1+\tan x)(1+\cot x)=1$.

A. Vô nghiệm. **B.** $x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x\neq 0 \\ \cos x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$

Phương trình đề bài $\Leftrightarrow \cos x(1+\tan x).\sin x(1+\cot x)=1$

$\Leftrightarrow (\cos x+\sin x)(\sin x+\cos x)=1 \Leftrightarrow \sin 2x=0$ (vô nghiệm).

Câu 36: Trong nửa khoảng $\left[0;2\pi\right)$, phương trình $\sin 2x+\sin x=0$ có số nghiệm là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương trình đề bài $\Leftrightarrow \sin 2x = \sin(-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = -x + k2\pi \\ 2x = \pi + x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k2\pi}{3} \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right.$, $k \in \mathbb{Z}$.

+ Với $x = \dfrac{k2\pi}{3}$. Vì $x \in [0;2\pi) \Rightarrow 0 \le \dfrac{k2\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow 0 \le k < 3 \Rightarrow k = 0;1;2$ (vì $k \in \mathbb{Z}$).

+ Với $x = \pi + k2\pi$. Vì $x \in [0;2\pi) \Rightarrow 0 \le \pi + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le k < \dfrac{1}{2} \Rightarrow k = 0$ (vì $k \in \mathbb{Z}$).

Vậy trong nửa khoảng $[0;2\pi)$, phương trình có 4 nghiệm là: $x = 0$; $x = \dfrac{2\pi}{3}$; $x = \dfrac{4\pi}{3}$; $x = \pi$

Câu 37: Để phương trình $\dfrac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\tan\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)\tan\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)} = m$ có nghiệm, tham số m phải thỏa mãn điều kiện:

A. $-1 \le m < -\dfrac{1}{4}$. **B.** $-2 \le m \le -1$. **C.** $1 \le m \le 2$. **D.** $\dfrac{1}{4} \le m \le 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

ĐK: $\begin{cases} \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) \ne 0 \\ \cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) \ne 0 \\ \sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) \ne 0 \\ \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \dfrac{\pi}{4} \ne \dfrac{k\pi}{2} \\ x - \dfrac{\pi}{4} \ne \dfrac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \ne \pm\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}$

$$\dfrac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\tan\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)\tan\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)} = m \Leftrightarrow \dfrac{\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right)}{\dfrac{\tan x + 1}{1 - \tan x}.\dfrac{\tan x - 1}{1 + \tan x}} = m$$

$$\Leftrightarrow \dfrac{\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^2 - 3\sin^2 x\cos^2 x}{-1} = m \Leftrightarrow 1 - \dfrac{3}{4}\sin^2 2x = -m \Leftrightarrow \sin^2 2x = \dfrac{4m + 4}{3}$$

Phương trình có nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ne \pm\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2} \\ \sin^2 2x = \dfrac{4m + 4}{3} \text{ có nghiệm} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2\left(2\left(\pm\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}\right)\right) \ne \dfrac{4m + 4}{3} \\ 0 \le \dfrac{4m + 4}{3} \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \ne \dfrac{4m + 4}{3} \\ 0 \le 4m + 4 \le 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \ne 4m + 4 \\ -4 \le 4m \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne -\dfrac{1}{4} \\ -1 \le m \le -\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m < -\dfrac{1}{4}$$

Câu 38: Để phương trình: $4\sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right).\cos\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) = a^2 + \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ có nghiệm, tham số a phải thỏa điều kiện:

A. $-1 \le a \le 1$. **B.** $-2 \le a \le 2$. **C.** $-\frac{1}{2} \le a \le \frac{1}{2}$. **D.** $-3 \le a \le 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Phương trình $\Leftrightarrow\ 4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = a^2 + \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$

$\Leftrightarrow 2\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right] = a^2 + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x\right)$

$\Leftrightarrow 2\left[1+\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right] = a^2 + 2\left(\cos\frac{\pi}{6}.\sin 2x - \sin\frac{\pi}{6}.\cos 2x\right)$

$\Leftrightarrow 2+2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) = a^2 + 2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}a^2 - 1 \Leftrightarrow 2\cos 2x.\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}a^2 - 1 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}a^2 - 1$

Vì $-1 \le \cos 2x \le 1$ nên $-1 \le \frac{1}{2}a^2 - 1 \le 1 \Leftrightarrow 0 \le \frac{1}{2}a^2 \le 2 \Leftrightarrow 0 \le a^2 \le 4 \Leftrightarrow -2 \le a \le 2$.

CÁCH KHÁC:

Chọn $a = -3 \in [-3;3]$ của đáp án **D.**

Ta thấy phương trình $4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = 9 + \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ không có nghiệm qua chức năng giải nhanh SOLVE của máy tính cầm tay.

Chọn $a = -2 \in [-2;2]$ của đáp án **B.**

Ta thấy phương trình $4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = 4 + \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ có nghiệm qua chức năng giải nhanh SOLVE của máy tính cầm tay. Vậy đáp án B đúng.

Câu 39: Để phương trình $\frac{a^2}{1-\tan^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$ có nghiệm, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $\begin{cases}|a| > 1\\ |a| \ne \sqrt{3}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}|a| > 2\\ |a| \ne \sqrt{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}|a| > 3\\ |a| \ne \sqrt{3}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}|a| > 4\\ |a| \ne \sqrt{3}\end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x \ne 0\\ \tan x \ne \pm 1\\ \cos 2x \ne 0\end{cases}$ (1). Phương trình đã cho tương đương: $\frac{a^2.\cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$

$\Leftrightarrow a^2.\cos^2 x = \sin^2 x + a^2 - 2 \Leftrightarrow \left(a^2+1\right).\cos^2 x = a^2 - 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{a^2-1}{a^2+1}$

Vì $\cos 2x \ne 0$ nên $2\cos^2 x - 1 \ne 0 \Leftrightarrow \cos^2 x \ne \frac{1}{2}$ (2)

Do đó, theo điều kiện (1) và (2), phương trình trên có nghiệm khi

$\begin{cases} 0 < \dfrac{a^2 - 1}{a^2 + 1} \le 1 \\ \dfrac{a^2 - 1}{a^2 + 1} \ne \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| > 1 \\ |a| \ne \sqrt{3} \end{cases}.$

CÁCH KHÁC:

Chọn $a = 1,5$ của đáp án A, ta thấy phương trình có nghiệm qua chức năng giải nhanh SOLVE của máy tính cầm tay. Vậy đáp án A đúng.

PHẦN I: ĐỀ BÀI

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ QUY VỀ BẬC HAI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

1. Phương trình bậc hai với một hàm số lượng giác

Dạng	Đặt	Điều kiện
$a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$	t = sin$x$	$-1 \le t \le 1$
$a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$	t = cos$x$	$-1 \le t \le 1$
$a\tan^2 x + b\tan x + c = 0$	t = tan$x$	$x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$

Nếu đặt: $t = \sin^2 x$ hoac $t = \left|\sin x\right|$ thì ñieu kien : $0 \le t \le 1$. t = cotx

B– BÀI TẬP

Câu 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc 2 theo 1 hàm số lượng giác

A. $2\sin^2 x + \sin 2x - 1 = 0$. **B.** $2\sin^2 2x - \sin 2x = 0$.

C. $\cos^2 x + \cos 2x - 7 = 0$. **D.** $\tan^2 x + \cot x - 5 = 0$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin x = 0$ thỏa điều kiện: $0 < x < \pi$.

A. $x = \frac{\pi}{2}$. **B.** $x = \pi$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = -\frac{\pi}{2}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình lượng giác: $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3}$ **B.** $x = \frac{\pi}{2}$ **C.** $x = \frac{\pi}{6}$ **D.** $x = \frac{5\pi}{6}$

Câu 4: Phương trình $\sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ **B.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sin x = 0$ thỏa điều kiện: $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

A. $x = 0$. **B.** $x = \pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{3}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 6: Trong $\left[0; 2\pi\right)$, phương trình $\sin x = 1 - \cos^2 x$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi\right\}$. **B.** $\left\{0; \pi\right\}$. **C.** $\left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi\right\}$. **D.** $\left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi\right\}$.

Câu 7: Phương trình: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 2$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x-4\sin x+3=0$ là :

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=\pm\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 9: Nghiệm của phương trình $5-5\sin x-2\cos^2 x=0$ là

A. $k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 10: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\sin^2 x-2\sin x+\frac{3}{4}=0$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 11: Phương trình $2\sin^2 x+\sin x-3=0$ có nghiệm là:

A. $k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $-\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

.

Câu 12: Các họ nghiệm của phương trình $\cos 2x-\sin x=0$ là

A. $\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{-\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$.

C. $\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\frac{-\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2}+k2\pi; k\in\mathbb{Z}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x-3\sin x+1=0$ thỏa điều kiện: $0\le x<\frac{\pi}{2}$.

A. $x=\frac{\pi}{6}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}$. **C.** $x=\frac{\pi}{2}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{2}$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x-5\sin x-3=0$ là:

A. $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi; x=\pi+k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{4}+k2\pi$.

Câu 15: Nghiêm của pt $sin^2 x=-sinx+2$ là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **C.** $x=\frac{-\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $x=k\pi$.

Câu 16: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\sin^2 x-2\sin x+\frac{3}{4}=0$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
B. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
D. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x+\sin x+1=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\mp\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 18: Nghiêm của phương trình $\sin^2 x=-\sin x+2$ là

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 19: Phương trình $2\sin^2 x+3\sin x-2=0$ có nghiệm là

A. $k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
B. $\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
D. $\frac{\pi}{6}+k2\pi;\ \frac{5\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình lượng giác: $2\cos^2 x+3\sin x-3=0$ thõa điều kiện $0<x<\frac{\pi}{2}$ là:

A. $x=\frac{\pi}{3}$.
B. $x=\frac{\pi}{2}$.
C. $x=\frac{\pi}{6}$.
D. $x=\frac{5\pi}{6}$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $1-5\sin x+2\cos^2 x=0$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.
B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.
C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.
D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $5-5\sin x-2\cos^2 x=0$ là:

A. $k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
B. $k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
D. $\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 23: Họ nghiệm của phương trình $\sin^2 2x-2\sin 2x+1=0$ là :

A. $-\frac{\pi}{4}+k\pi$.
B. $\frac{\pi}{4}+k\pi$.
C. $\frac{\pi}{4}+k2\pi$.
D. $-\frac{\pi}{4}+k2\pi$.

Câu 24: Một họ nghiệm của phương trình $\cos^2 2x+\sin 2x-1=0$ là

A. $\frac{\pi}{2}+k\pi$.
B. $k\frac{\pi}{3}$.
C. $-\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2}$.
D. $k\frac{\pi}{2}$.

Câu 25: Một họ nghiệm của phương trình $2\cos 2x+3\sin x-1=0$ là

A. $\pi+\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k2\pi$. **B.** $\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k2\pi$.

C. $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k\pi$. **D.** $\frac{\pi}{2}-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k\pi$.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sin^2 2x+2\sin 2x+1=0$ trong khoảng $(-\pi;\pi)$ là :

A. $\left\{-\frac{\pi}{4};-\frac{3\pi}{4}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{4};-\frac{3\pi}{4}\right\}$.

Câu 27: Giải phương trình: $\sin^2 x+2\sin x-3=0$.

A. $k\pi$. **B.** $-\frac{\pi}{2}+k\pi$. **C.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $-\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 28: Giải phương trình lượng giác $4\sin^4 x+12\cos^2 x-7=0$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Câu 29: Phương trình $\cos 2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+4\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\frac{5}{2}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{3\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

Câu 30: Tìm m để phương trình $2sin^2x-(2m+1)sinx+m=0$ có nghiệm $x\in\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

A. $-1<m<0$. **B.** $1<m<2$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $0<m<1$.

Câu 31: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\cos^2 x-4\cos x+3=0$.

A. $x=\pi+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 32: Giải phương trình $2\cos^2 x-3\cos x+1=0$

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left\{k2\pi,\ \pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 33: Phương trình $\cos 2x+2\cos x-11=0$ có tập nghiệm là:

A. $x=\arccos(-3)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$, $x=\arccos(-2)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $\varnothing$.

C. $x=\arccos(-2)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\arccos(-3)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 34: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $\sin x+3=0$. **B.** $2\cos^2 x-\cos x-1=0$.

C. $\tan x+3=0$. **D.** $3\sin x-2=0$.

Câu 35: Phương trình: $\sin^2\frac{x}{3}-2\cos\frac{x}{3}+2=0$ có nghiệm là:

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=k3\pi, k\in\mathbb{Z}$ **C.** $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=k6\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 36: Phương trình : $\cos^2 2x+\cos 2x-\frac{3}{4}=0$ có nghiệm là

A. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 37: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x-\cos x=0$ thỏa điều kiện $0<x<\pi$:

A. $x=\frac{\pi}{6}$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{2}$.

Câu 38: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x+\cos x=0$ thỏa điều kiện: $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$.

A. $x=\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}$. **C.** $x=\frac{3\pi}{2}$. **D.** $x=-\frac{3\pi}{2}$.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $3\cos^2 x=-8\cos x-5$ là:

A. $x=k\pi$. **B.** $x=\pi+k2\pi$. **C.** $x=k2\pi$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 40: Nghiệm của pt $2\cos 2x+2\cos x-\sqrt{2}=0$

A. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$ **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi$ **C.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$ **D.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$

Câu 41: Phương trình $2\cos^2 x+3\cos x-2=0$ có nghiệm là

A. $\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 42: Phương trình lượng giác: $\sin^2 x-3\cos x-4=0$ có nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=-\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$ **D.** Vô nghiệm

Câu 43: Phương trình lượng giác: $\cos^2 x+2\cos x-3=0$ có nghiệm là

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=0$ **C.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **D.** Vô nghiệm

Câu 44: Phương trình $\sin^2 2x-2\cos^2 x+\frac{3}{4}=0$ có nghiệm là

A. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi,,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 45: Họ nghiệm của phương trình $\cos^2 2x-\cos 2x-2=0$ là

A. $\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $-\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{2}$. **C.** $\frac{-\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 46: Họ nghiệm của phương trình $3\cos 4x+2\cos 2x-5=0$ là

A. $k2\pi$. **B.** $\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $k\pi$. **D.** $-\frac{\pi}{3}+k2\pi$.

Câu 47: Các họ nghiệm của phương trình $3\sin^2 2x+3\cos 2x-3=0$ là

A. $k\pi;\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **B.** $k\pi;-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **C.** $k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi$.   **D.** $k\pi;-\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Câu 48: Nghiệm của phương trình $2\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+3\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-5=0$ trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ là:

A. $\left\{-\frac{7\pi}{6};\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$.   **B.** $\left\{\frac{7\pi}{6};-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$.   **C.** $\left\{-\frac{7\pi}{6};-\frac{\pi}{6};-\frac{5\pi}{6}\right\}$.   **D.** $\left\{-\frac{7\pi}{6};-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$

.

Câu 49: Giải phương trình $3\cos^2 x+2\cos x-5=0$.

A. $x=k\pi$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi$.   **C.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.   **D.** $x=k2\pi$.

Câu 50: Phương trình $\sin^2 x+\sin^2 2x=1$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.   **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}\\x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3}\\x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$.   **D.** Vô nghiệm.

Câu 51: Phương trình $\tan^2 x+5\tan x-6=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\arctan(-6)+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi;x=\arctan(-6)+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

B. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\arctan(-6)+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

D. $x=k\pi;x=\arctan(-6)+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 52: Giải phương trình $\sqrt{3}\tan^2 x-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan x+1=0$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.   **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi,\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 53: Phương trình $\tan x+3\cot x=4$ (với. $k\in\mathbb{Z}$.) có nghiệm là:

A. $\frac{\pi}{4}+k2\pi,\arctan 3+k2\pi$.   **B.** $\frac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $\arctan 4+k\pi$.   **D.** $\frac{\pi}{4}+k\pi,\arctan 3+k\pi$.

Câu 54: Phương trình $\tan x+3\cot x=4$ (với $k\in\mathbb{Z}$) có nghiệm là

A. $\frac{\pi}{4}+k2\pi,\arctan 3+k2\pi$.   **B.** $\frac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $\arctan 4+k\pi$.   **D.** $\frac{\pi}{4}+k\pi, \arctan 3+k\pi$.

Câu 55: Phương trình $\sqrt{3}\tan^2 x-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x+3=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.   **B.** $\left\{\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}-k\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.

Câu 56: Phương trình $2\tan^2 x+3\tan x+1=0$ có nghiệm là

A. $k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.   **B.** $\frac{\pi}{4}+k\pi;\ \arctan(-\frac{1}{2})\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ \arctan(-\frac{1}{2})\ (k\in\mathbb{Z})$.   **D.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi;\ \arctan(-\frac{1}{2})+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 57: Một họ nghiệm của phương trình $\tan^2 2x-3\tan 2x+2=0$ là

A. $-\frac{\pi}{8}+k\pi$.   **B.** $\frac{\pi}{8}+k\pi$.   **C.** $-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$.   **D.** $\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$.

Câu 58: Họ nghiệm của phương trình $3\tan 2x+2\cot 2x-5=0$ là

A. $-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **B.** $\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **C.** $-\frac{1}{2}\arctan\frac{2}{3}+k\frac{\pi}{2}$.   **D.** $\frac{1}{2}\arctan\frac{2}{3}+k\frac{\pi}{2}$.

Câu 59: Trong các nghiệm sau, nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2\tan^2 x+5\tan x+3=0$ là :

A. $-\frac{\pi}{3}$.   **B.** $-\frac{\pi}{4}$.   **C.** $-\frac{\pi}{6}$.   **D.** $-\frac{5\pi}{6}$.

Câu 60: Số nghiệm của phương trình $2\tan x-2\cot x-3=0$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\pi\right)$ là :

A. 2.   **B.** 1.   **C.** 4.   **D.** 3.

Câu 61: Giải phương trình : $\tan^2 x+2\tan x+1=0$.

A. $\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **B.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi$.   **C.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi$.   **D.** $k\pi$.

Câu 62: Nghiệm của phương trình $\tan x+\cot x=-2$ là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=\frac{-\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.   **D.** $x=\frac{-\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 63: Phương trình $\frac{\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{1}{2}\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.   **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$.   **C.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$.   **D.** $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3}$.

Câu 64: Phương trình $2\sqrt{2}\left(\sin x+\cos x\right).\cos x=3+\cos 2x$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.   **D.** Vô nghiệm.

Câu 65: Giải phương trình $5\left(\sin x+\frac{\sin 3x+\cos 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3$.

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 66: Cho phương trình $\frac{1}{2}\cos 4x+\frac{4\tan x}{1+\tan^2 x}=m$. Để phương trình vô nghiệm, các giá trị của tham số m phải thỏa mãn điều kiện:

A. $-\frac{5}{2}\le m\le 0$.
B. $0<m\le 1$.
C. $1<m\le\frac{3}{2}$.
D. $m<-\frac{5}{2}$ hay $m>\frac{3}{2}$.

Câu 67: Phương trình: $48-\frac{1}{\cos^4 x}-\frac{2}{\sin^2 x}(1+\cot 2x.\cot x)=0$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 68: Phương trình $\cos 2x+\sin^2 x+2\cos x+1=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\pi+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 69: Phương trình: $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right).\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$ có nghiệm là:

A. $x=k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
B. $x=k3\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=k4\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
D. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 70: Phương trình $\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x$ tương đương với phương trình:

A. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=1\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-1\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 71: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 5x+\cos 2x+2\sin 3x\sin 2x=0$ trên $[0;2\pi]$ là

A. 3π.
B. 4π.
C. 5π.
D. 6π.

Câu 72: Số nghiệm của phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x}=\tan 2x$ trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là :

A. 2.
B. 4.
C. 5.
D. 3.

Câu 73: Nghiệm phương trình $\frac{\cos x(\cos x+2\sin x)+3\sin x\left(\sin x+\sqrt{2}\right)}{\sin 2x-1}=1$

A. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$. $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 74: Cho phương trình $\cos5x\cos x=\cos4x\cos2x+3\cos^2x+1$. Các nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình là:

A. $-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}$.
B. $-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$.
C. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}$.
D. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}$.

Câu 75: Phương trình: $\sin^4x+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$.
B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.
C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.
D. $x=\pi+k2\pi$.

Câu 76: Phương trình: $\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+4\sin x=2+\sqrt{2}\left(1-\sin x\right)$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k2\pi\\x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

Câu 77: Cho phương trình: $\left(\sin x+\frac{\sin3x+\cos3x}{1+2\sin2x}\right)=\frac{3+\cos2x}{5}$. Các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0;2\pi)$ là:

A. $\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}$.
B. $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$.
C. $\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}$.
D. $\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}$.

Câu 78: Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\sin^2x-2(m-1)\sin x\cos x-(m-1)\cos^2x=m$ có nghiệm?

A. $0\le m\le1$.
B. $m>1$.
C. $0<m<1$.
D. $m\le0$.

Câu 79: Để phương trình: $\sin^2x+2(m+1)\sin x-3m(m-2)=0$ có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

A. $\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{2}\le m<\frac{1}{2}\\1\le m\le2\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{3}\le m\le\frac{1}{3}\\1\le m\le3\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}-2\le m\le-1\\0\le m\le1\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}-1\le m\le1\\3\le m\le4\end{array}\right.$.

Câu 80: Để phương trình $\sin^6x+\cos^6x=a|\sin2x|$ có nghiệm, điều kiện thích hợp cho tham số a là:

A. $0\le a<\frac{1}{8}$.
B. $\frac{1}{8}<a<\frac{3}{8}$.
C. $a<\frac{1}{4}$.
D. $a\ge\frac{1}{4}$.

Câu 81: Cho phương trình: $4\left(\sin^4x+\cos^4x\right)-8\left(\sin^6x+\cos^6x\right)-4\sin^24x=m$ trong đó m là tham số. Để phương trình là vô nghiệm, thì các giá trị thích hợp của m là:

A. $-1\le m\le0$.
B. $-\frac{3}{2}\le m\le-1$.
C. $-2\le m\le-\frac{3}{2}$.
D. $m<-2$ hay $m>0$.

Câu 82: Cho phương trình: $\dfrac{\sin^6 x+\cos^6 x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=2m.\tan 2x$, trong đó m là tham số. Để phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của m là

A. $m\le -\dfrac{1}{8}$ hay $m\ge \dfrac{1}{8}$.

B. $m\le -\dfrac{1}{4}$ hay $m\ge \dfrac{1}{4}$.

C. $m< -\dfrac{1}{8}$ hay $m> \dfrac{1}{8}$.

D. $m< -\dfrac{1}{4}$ hay $m> \dfrac{1}{4}$.

PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP VỚI SIN VÀ COSIN

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

+ Là phương trình có dạng $f(\sin x,\cos x)=0$ trong đó luỹ thừa của sinx và cosx cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Cách giải: Chia hai vế phương trình cho $\cos^k x\neq 0$ (k là số mũ cao nhất) ta được phương trình ẩn là $\tan x$.

Phương trình đẳng cấp bậc hai: a sin^2*x* + b sin*x*.cos*x* + c cos^2*x* = d (1)

Cách 1:

- Kiểm tra cosx = 0 có thoả mãn (1) hay không?

  Lưu ý: cosx = 0 $\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow \sin^2 x=1 \Leftrightarrow \sin x=\pm 1.$

- Khi $\cos x\neq 0$, chia hai vế phương trình (1) cho $\cos^2 x\neq 0$ ta được:

  $$a.\tan^2 x+b.\tan x+c=d(1+\tan^2 x)$$

- Đặt: t = tan*x*, đưa về phương trình bậc hai theo t:

  $$(a-d)t^2+b.t+c-d=0$$

Cách 2: Dùng công thức hạ bậc

$$(1) \Leftrightarrow a.\frac{1-\cos 2x}{2}+b.\frac{\sin 2x}{2}+c.\frac{1+\cos 2x}{2}=d$$

$\Leftrightarrow b.\sin 2x+(c-a).\cos 2x=2d-a-c$ (đây là PT bậc nhất đối với sin2*x* và cos2*x*)

B– BÀI TẬP

Câu 1: Phương trình $6\sin^2 x+7\sqrt{3}\sin 2x-8\cos^2 x=6$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{2\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2: Phương trình $\left(\sqrt{3}+1\right)\sin^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x+\left(\sqrt{3}-1\right)\cos^2 x=0$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\alpha+k\pi\end{array}\right.$ $\left(\text{vôi } \tan\alpha=-2+\sqrt{3}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\alpha+k\pi\end{array}\right.$ $\left(\text{vôi } \tan\alpha=2-\sqrt{3}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{8}+k\pi\\ x=\alpha+k\pi\end{array}\right.$ $\left(\text{vôi } \tan\alpha=-1+\sqrt{3}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\ x=\alpha+k\pi\end{array}\right.$ $\left(\text{vôi } \tan\alpha=1-\sqrt{3}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3: Giải phương trình $3\sin^2 2x-2\sin 2x\cos 2x-4\cos^2 2x=2$.

A. $x=\frac{1}{2}\arctan 3+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{1}{2}\arctan(-2)+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

B. $x=\arctan\frac{1+\sqrt{73}}{12}+\frac{k\pi}{2}, x=\arctan\frac{1-\sqrt{73}}{12}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{1}{2}\arctan\frac{1+\sqrt{73}}{6}+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{1}{2}\arctan\frac{1-\sqrt{73}}{6}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

D. $x=\arctan\frac{3}{2}+\frac{k\pi}{2}, x=\arctan(-1)+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 4: Phương trình $2\sin^2 x+\sin x\cos x-\cos^2 x=0$ có nghiệm là:

A. $\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\frac{\pi}{4}+k\pi, \arctan\left(\frac{1}{2}\right)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $-\frac{\pi}{4}+k\pi, \arctan\left(\frac{1}{2}\right)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $-\frac{\pi}{4}+k2\pi, \arctan\left(\frac{1}{2}\right)+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 5: Một họ nghiệm của phương trình $2\sin^2 x-5\sin x\cos x-\cos^2 x=-2$ là

A. $\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** $\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $-\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

.

Câu 6: Một họ nghiệm của phương trình $2\sqrt{3}\cos^2 x+6\sin x\cos x=3+\sqrt{3}$ là

A. $\frac{3\pi}{4}+k2\pi$, v$k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $-\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 7: Một họ nghiệm của phương trình $-3\sin x\cos x+\sin^2 x=2$ là

A. $\arctan(-2)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\frac{1}{2}\arctan(-2)+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $-\frac{1}{2}\arctan(-2)+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\arctan(2)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 8: Một họ nghiệm của phương trình $2\sin^2 x+\sin x\cos x-3\cos^2 x=0$ là

A. $\arctan\left(-\frac{3}{2}\right)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $-\arctan\left(-\frac{3}{2}\right)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\arctan\left(\frac{3}{2}\right)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $-\arctan\left(\frac{3}{2}\right)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 9: Một họ nghiệm của phương trình $3\sin^2 x-4\sin x\cos x+5\cos^2 x=2$ là

A. $-\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 10: Phương trình : $\sin^2 x-(\sqrt{3}+1)\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2 x=0$ có họ nghiệm là

A. $-\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\frac{3\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\frac{\pi}{4}+k\pi$, $\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 11: Phương trình $3\cos^2 4x+5\sin^2 4x=2-2\sqrt{3}\sin 4x\cos 4x$ có nghiệm là:

A. $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=-\frac{\pi}{18}+k\frac{\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=-\frac{\pi}{24}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 12: Trong khoảng $\left(0\,;\frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $\sin^2 4x+3.\sin 4x.\cos 4x-4.\cos^2 4x=0$ có:

A. Ba nghiệm. **B.** Một nghiệm. **C.** Hai nghiệm. **D.** Bốn nghiệm.

Câu 13: Phương trình $2\cos^2 x-3\sqrt{3}\sin 2x-4\sin^2 x=-4$ có họ nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\x=\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 14: Phương trình $2\sin^2 x+\sin x\cos x-\cos^2 x=0$ (với $k\in\mathbb{Z}$) có nghiệm là:

A. $-\frac{\pi}{4}+k2\pi,\arctan(\frac{1}{2})+k2\pi$.
B. $\frac{\pi}{4}+k\pi$.
C. $\frac{\pi}{4}+k\pi,\arctan(\frac{1}{2})+k\pi$.
D. $-\frac{\pi}{4}+k\pi,\arctan(\frac{1}{2})+k\pi$.

Câu 15: Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=2\left(\cos^5 x+\sin^5 x\right)$

A. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$ **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi$ **C.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{3}\pi$ **D.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi$

Câu 16: Giải phương trình $\sin^2 x+3\tan x=\cos x\left(4\sin x-\cos x\right)$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k2\pi$
B. $\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\frac{1}{2}\pi$
C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\frac{2}{3}\pi$
D. $\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\pi$

Câu 17: Giải phương trình $\sin^2 x\left(\tan x+1\right)=3\sin x\left(\cos x-\sin x\right)+3$

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$
B. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi\\x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{1}{2}\pi\end{array}\right.$
C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi\\x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{2}{3}\pi\end{array}\right.$
D. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$

Câu 18: Giải phương trình $4\sin^3 x+3\cos^3 x-3\sin x-\sin^2 x\cos x=0$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$
B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{1}{2}\pi$
C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{3}\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{1}{3}\pi$
D. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$

Câu 19: Giải phương trình $2\cos^3 x=\sin 3x$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan(-2)+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan(-2)+k\dfrac{1}{2}\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{1}{2}\pi \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan(-2)+k\dfrac{2}{3}\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{2}{3}\pi \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan(-2)+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$

Câu 20: Giải phương trình $\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x=1+\sin^2 x$

A. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x=k\dfrac{1}{2}\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{1}{2}\pi \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=k\dfrac{2}{3}\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{2}{3}\pi \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$

Câu 21: Giải phương trình $2\cos^2 x+6\sin x\cos x+6\sin^2 x=1$

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k2\pi$

B. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{2}{3}\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k\dfrac{2}{3}\pi$

C. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{1}{4}\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k\dfrac{1}{4}\pi$

D. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k\pi$

PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG VÀ DẠNG ĐỐI XỨNG VỚI SIN VÀ COSIN

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

Dạng 1: Là phương trình có dạng:
$a(\sin x+\cos x)+b\sin x\cos x+c=0$ (3)
Để giải phương trình trên ta sử dụng phép đặt ẩn phụ
Đặt: $t=\cos x+\sin x=\sqrt{2}.\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right);\ |t|\le\sqrt{2}.$

$\Rightarrow t^2=1+2\sin x.\cos x \Rightarrow \sin x.\cos x=\frac{1}{2}(t^2-1).$
Thay và (3) ta được phương trình bậc hai theo t.
Ngoài ra chúng ta còn gặp phương trình phản đối xứng có dạng $a(\sin x-\cos x)+b\sin x\cos x+c=0$ (3')

Để giải phương trình này ta cũng đặt $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow\begin{cases}t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\\ \sin x\cos x=\frac{1-t^2}{2}\end{cases}$

Thay vào (3') ta có được phương trình bậc hai theo t.
Lưu ý:
- $\cos x+\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$
- $\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

Dạng 2: a.|sinx ± cosx| + b.sinx.cosx + c = 0
- Đặt: $t=|\cos x\pm\sin x|=\sqrt{2}.\left|\cos\left(x\mp\frac{\pi}{4}\right)\right|;$ Ñk : $0\le t\le\sqrt{2}.$

  $\Rightarrow \sin x.\cos x=\pm\frac{1}{2}(t^2-1).$
- Tương tự dạng trên. Khi tìm x cần lưu ý phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

B– BÀI TẬP

Câu 1: Phương trình $\sin x+\cos x=1-\frac{1}{2}\sin 2x$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\\ x=k\frac{\pi}{4}\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\ x=k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2: Phương trình $\sin^3 x+\cos^3 x=1-\frac{1}{2}\sin 2x$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{4}+k\pi \\ x=k\frac{\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{2}+k\pi \\ x=(2k+1)\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3: Giải phương trình $2\sin 2x-(\sin x+\cos x)+1=0$

A. $x=k\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k\pi$

B. $x=k\frac{1}{3}\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\frac{1}{3}\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k\frac{1}{3}\pi$

C. $x=k\frac{2}{3}\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\frac{2}{3}\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k\frac{2}{3}\pi$

D. $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k2\pi$

Câu 4: Giải phương trình $\sin 2x-12(\sin x-\cos x)+12=0$

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=-\pi+k2\pi$

B. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=-\pi+k\frac{2}{3}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\frac{1}{3}\pi, x=-\pi+k\frac{2}{3}\pi$

D. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=-\pi+k2\pi$

Câu 5: Giải phương trình $\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=1$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pi+k2\pi$

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\frac{1}{2}\pi, x=\pi+k\frac{1}{2}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\frac{2}{3}\pi, x=\pi+k2\pi$

D. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\pi+k2\pi$

Câu 6: Giải phương trình $1+\tan x=2\sqrt{2}\sin x$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, x=\frac{11\pi}{12}+k\pi, x=-\frac{5\pi}{12}+k\pi$

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi, x=\frac{11\pi}{12}+k\frac{2}{3}\pi, x=-\frac{5\pi}{12}+k\frac{2}{3}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=\frac{11\pi}{12}+k\frac{1}{4}\pi, x=-\frac{5\pi}{12}+k2\pi$

D. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi x=, x=-\frac{5\pi}{12}+k2\pi$

Câu 7: Giải phương trình $|\cos x-\sin x|+2\sin 2x=1$

A. $x=\frac{k3\pi}{2}$ **B.** $x=\frac{k5\pi}{2}$ **C.** $x=\frac{k7\pi}{2}$ **D.** $x=\frac{k\pi}{2}$

Câu 8: Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=\cos 2x$

A. $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k\pi, x=k\pi$ **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k\pi, x=k\pi$

C. $x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{3}\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k\frac{2}{3}\pi, x=k2\pi$ **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=k2\pi$

Câu 9: Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=2\sin 2x+\sin x+\cos x$

A. $x=\frac{k3\pi}{2}$ **B.** $x=\frac{k5\pi}{2}$ **C.** $x=k\pi$ **D.** $x=\frac{k\pi}{2}$

Câu 10: Giải phương trình $\text{cosx}+\frac{1}{\cos x}+\text{sinx}+\frac{1}{\sin x}=\frac{10}{3}$

A. $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\frac{2+\sqrt{19}}{3\sqrt{2}}+k2\pi$ **B.** $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\frac{2+\sqrt{19}}{\sqrt{2}}+k2\pi$

C. $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\frac{2+\sqrt{19}}{\sqrt{2}}+k\pi$ **D.** $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\frac{2-\sqrt{19}}{3\sqrt{2}}+k2\pi$

Câu 11: Cho phương trình $\sin x\cos x-\sin x-\cos x+m=0$, trong đó m là tham số thực. Để phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của m là

A. $-2\le m\le-\frac{1}{2}-\sqrt{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}-\sqrt{2}\le m\le 1$. **C.** $1\le m\le\frac{1}{2}+\sqrt{2}$. **D.** $\frac{1}{2}+\sqrt{2}\le m\le 2$.

Câu 12: Phương trình $2\sin 2x-3\sqrt{6}\left|\sin x+\cos x\right|+8=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=5\pi+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{4}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

PHẦN II: HƯỚNG DẪN GIẢI

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ QUY VỀ BẬC HAI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

1. Phương trình bậc hai với một hàm số lượng giác

Dạng	Đặt	Điều kiện
$a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$	t = sin$x$	$-1 \le t \le 1$
$a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$	t = cos$x$	$-1 \le t \le 1$
$a\tan^2 x + b\tan x + c = 0$	t = tan$x$	$x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in Z)$

Nếu đặt: $t = \sin^2 x$ hoac $t = |\sin x|$ thì ñieu kien : $0 \le t \le 1$. t = cot$x$

B– BÀI TẬP

Câu 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc 2 theo 1 hàm số lượng giác

A. $2\sin^2 x + \sin 2x - 1 = 0.$ **B.** $2\sin^2 2x - \sin 2x = 0.$

C. $\cos^2 x + \cos 2x - 7 = 0.$ **D.** $\tan^2 x + \cot x - 5 = 0.$

***Hướng dẫn giải:*.**

Chọn **B.**

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin x = 0$ thỏa điều kiện: $0 < x < \pi$.

A. $x = \frac{\pi}{2}$. **B.** $x = \pi$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = -\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$\sin^2 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sin x = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi\\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\end{array}\right.(k \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 < x < \pi$ nên nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình lượng giác: $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3}$ **B.** $x = \frac{\pi}{2}$ **C.** $x = \frac{\pi}{6}$ **D.** $x = \frac{5\pi}{6}$

Hướng dẫn giải:

Chọn **C.**

Đặt $t=\sin x\left(-1\le t\le 1\right)$, phương trình trở thành: $2t^2-3t+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Với $t=1$, ta có: $\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Do $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$ nên $0\le\dfrac{\pi}{2}+k2\pi<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow\dfrac{-1}{4}\le k<0$. Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên không tồn tại k.

Với $t=\dfrac{1}{2}$, ta có: $\sin x=\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$.

Do $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$ nên $x=\dfrac{\pi}{6}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{6}$ thỏa điều kiện $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 4: Phương trình $\sin^2x+3\sin x-4=0$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

C. $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t=\sin x\left(-1\le t\le 1\right)$, phương trình trở thành: $t^2+3t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-4\ (l)\end{array}\right.$.

Với $t=1$, ta có: $\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\quad\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\sin^2x+\sin x=0$ thỏa điều kiện: $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$.

A. $x=0$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\sin^2x+\sin x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\\sin x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Vì $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x=0$.

Câu 6: Trong $\left[0;2\pi\right)$, phương trình $\sin x=1-\cos^2x$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{2};\pi;2\pi\right\}$. **B.** $\left\{0;\pi\right\}$. **C.** $\left\{0;\dfrac{\pi}{2};\pi\right\}$. **D.** $\left\{0;\dfrac{\pi}{2};\pi;2\pi\right\}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$\sin x = 1 - \cos^2 x \Leftrightarrow \sin x = \sin^2 x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Mà $x \in [0; 2\pi) \Leftrightarrow x \in \left\{0; \dfrac{\pi}{2}; \pi\right\}$.

Câu 7: Phương trình: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 2$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có :

$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 2 \Leftrightarrow 2.\dfrac{1 - \cos 2x}{2} + \sqrt{3}\sin 2x = 2 \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \sin\dfrac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0$ là :

A. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải::

Chọn C

$\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = 3 \end{array}\right.$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương trình $\sin x = 3 > 1$ vô nghiêm.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $5 - 5\sin x - 2\cos^2 x = 0$ là

B. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$5 - 5\sin x - 2\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 5 - 5\sin x + 2\left(1 - \sin^2 x\right) = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x - 5\sin x + 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = -\dfrac{7}{2} \end{array}\right.$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương trình $\sin x = -\frac{7}{2} < -1$ vô nghiêm.

Câu 10: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\sin^2 x - 2\sin x + \frac{3}{4} = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$$\sin^2 x - 2\sin x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{3}{2} \end{array}\right.$$

Với $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}$

Phương trình $\sin x = \frac{3}{2} > 1$ vô nghiêm.

Câu 11: Phương trình $2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $-\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$$2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{array}\right.$$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương trình $\sin x = -\frac{3}{2} < -1$ vô nghiêm.

Câu 12: Các họ nghiệm của phương trình $\cos 2x - \sin x = 0$ là

A. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

B. $\frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

C. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $\frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\cos 2x - \sin x = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \sin x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện: $0 \le x < \dfrac{\pi}{2}$.

A. $x = \dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 \le x < \dfrac{\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{\pi}{6}$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$ là:

A. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi; x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi; x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$.

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi; x = \pi + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi; x = \dfrac{5\pi}{4} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 3 > 1 \\ \sin x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 15: Nghiêm của pt $sin^2 x = -sinx + 2$ là:

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = \dfrac{-\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = k\pi$.

Hướng dẫn giải::

ChọnA.

Đặt $t = \sin x$. Điều kiện $|t| \le 1$

Phương trình trở thành: $t^2 = -t + 2 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \quad (\text{TM}) \\ t = -2 \quad (\text{L}) \end{array}\right.$

Với $t = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in Z)$.

Câu 16: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\sin^2 x - 2\sin x + \dfrac{3}{4} = 0$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$$\sin^2 x-2\sin x+\frac{3}{4}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{3}{2}\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right..$$

+ $\sin x=\frac{3}{2}\Rightarrow$ vô nghiệm vì $\frac{3}{2}>1$.

+ $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\sin x=\sin\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x+\sin x+1=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\mp\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos^2 x+\sin x+1=0\Leftrightarrow 1-\sin^2 x+\sin x+1=0\Leftrightarrow -\sin^2 x+\sin x+2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=2(vn)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x=-\sin x+2$ là

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin^2 x=-\sin x+2\Leftrightarrow\sin^2 x+\sin x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-2(vn)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 19: Phương trình $2\sin^2 x+3\sin x-2=0$ có nghiệm là

A. $k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B. $\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D. $\frac{\pi}{6}+k2\pi;\ \frac{5\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$2\sin^2 x+3\sin x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{1}{2}\\ \sin x=-2(vn)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$$

Câu 20: Nghiệm của phương trình lượng giác: $2\cos^2 x+3\sin x-3=0$ thõa điều kiện $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ là:

A. $x=\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $x=\dfrac{5\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$2\cos^2 x+3\sin x-3=0\Leftrightarrow 2\left(1-\sin^2 x\right)+3\sin x-3=0$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x-3\sin x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$$

Do $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ nên ta chọn $x=\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $1-5\sin x+2\cos^2 x=0$ là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$1-5\sin x+2\cos^2 x=0\Leftrightarrow 1-5\sin x+2\left(1-\sin^2 x\right)=0\Leftrightarrow 2\sin^2 x+5\sin x-3=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{1}{2}\\ \sin x=-3\left(\text{VN}\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\sin x=\sin\dfrac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}.$$

Câu 22: Nghiệm của phương trình $5-5\sin x-2\cos^2 x=0$ là:

A. $k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$5-5\sin x-2\cos^2 x=0\Leftrightarrow 5-5\sin x-2\left(1-\sin^2 x\right)=0\Leftrightarrow 2\sin^2 x-5\sin x+3=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=\frac{3}{2}\ (\text{VN})\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 23: Họ nghiệm của phương trình $\sin^2 2x-2\sin 2x+1=0$ là :

A. $-\frac{\pi}{4}+k\pi$. **B.** $\frac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $\frac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $-\frac{\pi}{4}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$\sin^2 2x-2\sin 2x+1=0 \Leftrightarrow \sin 2x=1 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 24: Một họ nghiệm của phương trình $\cos^2 2x+\sin 2x-1=0$ là

A. $\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $k\frac{\pi}{3}$. **C.** $-\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2}$. **D.** $k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

$\cos^2 2x+\sin 2x-1=0 \Leftrightarrow -\sin^2 2x+\sin 2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=1\\ \sin 2x=0\end{array}\right.$.

+) $\sin 2x=1 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

+) $\sin 2x=0 \Leftrightarrow 2x=k\pi \Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 25: Một họ nghiệm của phương trình $2\cos 2x+3\sin x-1=0$ là

A. $\pi+\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k2\pi$. **B.** $\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k2\pi$.

C. $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k\pi$. **D.** $\frac{\pi}{2}-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$2\cos 2x+3\sin x-1=0 \Leftrightarrow 2\left(1-2\sin^2 x\right)+3\sin x-1=0 \Leftrightarrow -4\sin^2 x+3\sin x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-\frac{1}{4}\end{array}\right.$.

+) $\sin x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

+) $\sin x=-\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k2\pi\\ x=\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k2\pi\end{array}\right.\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sin^2 2x+2\sin 2x+1=0$ trong khoảng $(-\pi;\pi)$ là :

A. $\left\{-\frac{\pi}{4};-\frac{3\pi}{4}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{4};-\frac{3\pi}{4}\right\}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$\sin^2 2x+\sin 2x+1=0 \Leftrightarrow \sin 2x=-1$

$\Leftrightarrow 2x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \quad \Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

Theo đề ra $-\pi<x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi<\pi \Leftrightarrow -\dfrac{3}{4}<k<\dfrac{5}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}k=0\\k=1\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}\\x=\dfrac{3\pi}{4}\end{array}\right.$.

Câu 27: Giải phương trình: $\sin^2 x+2\sin x-3=0$.

A. $k\pi$. **B.** $-\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình:

$\sin^2 x+2\sin x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-3\end{array}\right.$.

+ $\sin x=1 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

+ $\sin x=-3$ phương trình vô nghiệm.

Câu 28: Giải phương trình lượng giác $4\sin^4 x+12\cos^2 x-7=0$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có:

$4\sin^4 x+12\cos^2 x-7=0 \Leftrightarrow 4\sin^4 x-12\sin^2 x+5=0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin^2 x=\dfrac{5}{2}\ (L)\\ \sin^2 x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\ \sin x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\dfrac{5}{4}\pi+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 29: Phương trình $\cos 2\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+4\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-x\right)=\dfrac{5}{2}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\cos 2\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+4\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-x\right)=\dfrac{5}{2} \Leftrightarrow 1-2\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+4\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right)=\dfrac{5}{2}$.

$\Leftrightarrow 1-2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{3}{2}=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{2}\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 30: Tìm m để phương trình $2sin^2x-(2m+1)sinx+m=0$ có nghiệm $x\in\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

A. $-1<m<0$. **B.** $1<m<2$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

Với $x\in\left(-\frac{\pi}{2};0\right)\Rightarrow -1<\sin x<0$

$2sin^2x-(2m+1)sinx+m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{1}{2}\\ \sin x=m\end{array}\right.$

Câu 31: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\cos^2x-4\cos x+3=0$.

A. $x=\pi+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$\cos^2x-4\cos x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=3(VN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 32: Giải phương trình $2\cos^2x-3\cos x+1=0$

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left\{k2\pi,\ \pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$2\cos^2x-3\cos x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Với $\cos x=1 \Leftrightarrow x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Với $\cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 33: Phương trình $\cos 2x+2\cos x-11=0$ có tập nghiệm là:

A. $x=\arccos(-3)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$, $x=\arccos(-2)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $\varnothing$.

C. $x=\arccos(-2)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\arccos(-3)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$\cos 2x + 2\cos x - 11 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 2\cos x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 3\\ \cos x = -2\end{array}\right.$ vô nghiệm.

Câu 34: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $\sin x + 3 = 0$.
B. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
C. $\tan x + 3 = 0$.
D. $3\sin x - 2 = 0$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3 < -1 \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Câu 35: Phương trình: $\sin^2\frac{x}{3} - 2\cos\frac{x}{3} + 2 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
B. $x = k3\pi, k \in \mathbb{Z}$
C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
D. $x = k6\pi, k \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\sin^2\frac{x}{3} - 2\cos\frac{x}{3} + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(1 - \cos^2\frac{x}{3}\right) - 2\cos\frac{x}{3} + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos^2\frac{x}{3} + 2\cos\frac{x}{3} - 3 = 0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\frac{x}{3} = 1\\ \cos\frac{x}{3} = -3\,(vn)\end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{x}{3} = k2\pi \Leftrightarrow x = k6\pi\ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 36: Phương trình : $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$$\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = \frac{1}{2}\\ \cos 2x = -\frac{3}{2}(\text{VN})\end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$

Câu 37: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa điều kiện $0 < x < \pi$:

A. $x = \frac{\pi}{6}$.
B. $x = \frac{\pi}{2}$.
C. $x = \frac{\pi}{4}$.
D. $x = -\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(\cos x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \cos x - 1 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ x = k2\pi\end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Với $0 < x < \pi \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < \pi\\ 0 < k2\pi < \pi\end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2}\\ 0 < k < \frac{1}{2}\end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k = 0\\ VN\end{array}\right. \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

Câu 38: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x = 0$ thỏa điều kiện: $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$.

A. $x = \pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3}$. **C.** $x = \frac{3\pi}{2}$. **D.** $x = -\frac{3\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\cos^2 x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \cos x = -1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \pi + k2\pi\end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Vì $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x = \pi$.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $3\cos^2 x = -8\cos x - 5$ là:

A. $x = k\pi$. **B.** $x = \pi + k2\pi$. **C.** $x = k2\pi$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$3\cos^2 x = -8\cos x - 5 \Leftrightarrow 3\cos^2 x + 8\cos x + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = -1\\ \cos x = -\frac{5}{3} < -1\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 40: Nghiệm của pt $2\cos 2x + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$

A. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$ **B.** $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi$ **C.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ **D.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$

Hướng dẫn giải::

Chọn A

$2\cos 2x + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow 2\left(2\cos^2 x - 1\right) + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 x + 2\cos x - 2 - \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos x = -\frac{\left(1 + \sqrt{2}\right)}{2}\left(loai\right)\end{array}\right.$

Câu 41: Phương trình $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ có nghiệm là

A. $\pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$2\cos^2 x+3\cos x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=\frac{1}{2}\\ \cos x=-2(vn)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$$

Câu 42: Phương trình lượng giác: $\sin^2 x-3\cos x-4=0$ có nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=-\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$ **D.** Vô nghiệm

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\sin^2 x-3\cos x-4=0\Leftrightarrow(1-\cos^2 x)-3\cos x-4=0\Leftrightarrow\cos^2 x+3\cos x+3=0$

Đặt $t=\cos x$ $(-1\le t\le 1)$. Phương trình trở thành: $t^2+3t+3=0$ (pt vô nghiệm)

Vậy phương trình đã cho vô nghiêm.

Câu 43: Phương trình lượng giác: $\cos^2 x+2\cos x-3=0$ có nghiệm là

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=0$ **C.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **D.** Vô nghiệm

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t=\cos x$ $(-1\le t\le 1)$. Phương trình trở thành: $t^2+2t-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=-3\quad(l)\end{array}\right.$

Với $t=1\Leftrightarrow\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 44: Phương trình $\sin^2 2x-2\cos^2 x+\frac{3}{4}=0$ có nghiệm là

A. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi,,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$\sin^2 2x-2\cos^2 x+\frac{3}{4}=0\Leftrightarrow 1-\cos^2 2x-1-\cos 2x+\frac{3}{4}=0$$

$$\Leftrightarrow-\cos^2 2x-\cos 2x+\frac{3}{4}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=\frac{-3}{2}(vn)\\ \cos 2x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow 2x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$$

Câu 45: Họ nghiệm của phương trình $\cos^2 2x-\cos 2x-2=0$ là

A. $\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $-\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{2}$. **C.** $\frac{-\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\cos^2 2x - \cos 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = 2 \text{ (VN)} \end{array}\right.$.

$\cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 46: Họ nghiệm của phương trình $3\cos 4x + 2\cos 2x - 5 = 0$ là

A. $k2\pi$. **B.** $\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **C.** $k\pi$. **D.** $-\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$3\cos 4x + 2\cos 2x - 5 = 0$.

$\Leftrightarrow 3\left(2\cos^2 2x - 1\right) + 2\cos 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 6\cos^2 2x + 2\cos 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -\frac{4}{3} \text{ (VN)} \end{array}\right.$.

$\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 47: Các họ nghiệm của phương trình $3\sin^2 2x + 3\cos 2x - 3 = 0$ là

A. $k\pi; \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. **B.** $k\pi; -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. **C.** $k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi$. **D.** $k\pi; -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$3\sin^2 2x + 3\cos 2x - 3 = 0$.

$\Leftrightarrow 3\left(1 - \cos^2 2x\right) + 3\cos 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow -3\cos^2 2x + 3\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = 0 \end{array}\right.$.

+) $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

+) $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 48: Nghiệm của phương trình $2\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 5 = 0$ trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ là:

A. $\left\{-\frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$. **C.** $\left\{-\frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}\right\}$. **D.** $\left\{-\frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$

.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

$2\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \\ \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{5}{2} (Loai) \end{array}\right.$.

$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = k2\pi \quad \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Theo đề ra $-\frac{3\pi}{2} < x = -\frac{\pi}{6} + k\pi < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < k < \frac{5}{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k=-1 \\ k=0 \\ k=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{7\pi}{6} \\ x=-\frac{\pi}{6} \\ x=\frac{5\pi}{6} \end{array}\right.$.

Câu 49: Giải phương trình $3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0$.

A. $x = k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Ta có: $3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1$ hoặc $\cos x = -\frac{5}{3}$ (loại vì $-1 \le \cos x \le 1$).

Khi đó, $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 50: Phương trình $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2} \\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3} \\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

Ta có $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + 2(1 - \cos^2 2x) = 2 \Leftrightarrow 2\cos^2 2x + \cos 2x - 1 = 0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \pi + k2\pi \\ 2x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 51: Phương trình $\tan^2 x + 5\tan x - 6 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan(-6) + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \arctan(-6) + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan(-6) + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = k\pi; x = \arctan(-6) + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t = \tan x$, phương trình trở thành: $t^2 + 5t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-6 \end{array}\right.$.

Với $t=1$ ta có $\tan x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Với $t=-6$ ta có $\tan x=-6\Leftrightarrow x=\arctan(-6)+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 52: Giải phương trình $\sqrt{3}\tan^2 x-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan x+1=0$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi,\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$\sqrt{3}\tan^2 x-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=\frac{\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$$

Với $\tan x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Với $\tan x=\frac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Câu 53: Phương trình $\tan x+3\cot x=4$ (với. $k\in\mathbb{Z}$.) có nghiệm là:

A. $\frac{\pi}{4}+k2\pi,\arctan 3+k2\pi$.

B. $\frac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $\arctan 4+k\pi$.

D. $\frac{\pi}{4}+k\pi,\arctan 3+k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Điều kiện $x\neq k\pi$.

$$\tan x+3\cot x=4\Leftrightarrow\tan^2 x-4\tan x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ \tan x=3\Rightarrow x=\arctan 3+k\pi\end{array}\right.\quad(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 54: Phương trình $\tan x+3\cot x=4$ (với $k\in\mathbb{Z}$) có nghiệm là

A. $\frac{\pi}{4}+k2\pi,\arctan 3+k2\pi$.

B. $\frac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $\arctan 4+k\pi$.

D. $\frac{\pi}{4}+k\pi,\arctan 3+k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Đk: $\sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2}$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với.

$$\tan^2 x-4\tan x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\arctan 3+k\pi\end{array}\right.\quad(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 55: Phương trình $\sqrt{3}\tan^2 x-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x+3=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.   **B.** $\left\{\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}-k\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\sqrt{3}\tan^2 x-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x=1 \\ \tan x=\sqrt{3} \end{array}\right.$.

+) $\tan x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi \ \ (k\in\mathbb{Z})$.

+) $\tan x=\sqrt{3} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi \ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 56: Phương trình $2\tan^2 x+3\tan x+1=0$ có nghiệm là

A. $k\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.   **B.** $\frac{\pi}{4}+k\pi;\ \arctan(-\frac{1}{2})\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ \arctan(-\frac{1}{2})\ (k\in\mathbb{Z})$.   **D.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi;\ \arctan(-\frac{1}{2})+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Ta có $2\tan^2 x+3\tan x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x=-\frac{1}{2} \\ \tan x=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\arctan\left(-\frac{1}{2}\right)+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 57: Một họ nghiệm của phương trình $\tan^2 2x-3\tan 2x+2=0$ là

A. $-\frac{\pi}{8}+k\pi$.   **B.** $\frac{\pi}{8}+k\pi$.   **C.** $-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$.   **D.** $\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

$\tan^2 2x-3\tan 2x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan 2x=1 \\ \tan 2x=2 \end{array}\right.$.

+) $\tan 2x=1 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{4}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

+) $\tan 2x=2 \Leftrightarrow 2x=\arctan 2+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\arctan 2}{2}+\frac{k\pi}{2}\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 58: Họ nghiệm của phương trình $3\tan 2x+2\cot 2x-5=0$ là

A. $-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **B.** $\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **C.** $-\frac{1}{2}\arctan\frac{2}{3}+k\frac{\pi}{2}$.   **D.** $\frac{1}{2}\arctan\frac{2}{3}+k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

ĐK $2x\neq k\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{4}$.

$3\tan 2x+2\cot 2x-5=0 \Leftrightarrow 3\tan^2 2x-5\tan 2x+2=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan 2x = 1 \\ \tan 2x = \frac{2}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ 2x = \arctan\frac{2}{3} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{1}{2}\arctan\frac{2}{3} + k\frac{\pi}{2} \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right).$$

Câu 59: Trong các nghiệm sau, nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2\tan^2 x + 5\tan x + 3 = 0$ là :

A. $-\frac{\pi}{3}$. **B.** $-\frac{\pi}{4}$. **C.** $-\frac{\pi}{6}$. **D.** $-\frac{5\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Dùng chức năng CALC của máy tính để kiểm tra.

Câu 60: Số nghiệm của phương trình $2\tan x - 2\cot x - 3 = 0$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\pi\right)$ là :

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện: $\sin 2x \neq 0$.

Phương trình: $2\tan x - 2\cot x - 3 = 0$.

$$\Leftrightarrow 2\tan^2 x - 3\tan x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 2 \\ \tan x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Dùng đường tròn lượng giác ta thấy trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\pi\right)$ phương trình có 3 nghiệm.

Câu 61: Giải phương trình : $\tan^2 x + 2\tan x + 1 = 0$.

A. $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. **B.** $-\frac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\tan^2 x + 2\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 62: Nghiệm của phương trình $\tan x + \cot x = -2$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$\tan x + \cot x = -2$

Điều kiện: $x \neq k\frac{\pi}{2}$

$$\tan x + \cot x = -2 \Leftrightarrow \tan x + \frac{1}{\tan x} = -2$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 x + 2\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 63: Phương trình $\frac{\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{1}{2}\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$. **D.** $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện: $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi; x\neq\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$

$$\frac{\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{1}{2}\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{1-\tan x.\tan\frac{\pi}{4}}{\tan x+\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$\Leftrightarrow\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}\Rightarrow 2\tan x=(1-\tan x)^2$$

$$\Leftrightarrow\tan^2 x-4\tan x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=2+\sqrt{3}\\ \tan x=2-\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5\pi}{12}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Câu 64: Phương trình $2\sqrt{2}(\sin x+\cos x).\cos x=3+\cos 2x$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $2\sqrt{2}(\sin x+\cos x).\cos x=3+\cos 2x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\sin x\cos x+2\sqrt{2}\cos^2 x=3\cos^2 x+3\sin^2 x+\cos^2 x-\sin^2 x$

$\Leftrightarrow\sin^2 x-\sqrt{2}\sin x\cos x+\left(2-\sqrt{2}\right)\cos^2 x=0$

$\Leftrightarrow\tan^2 x-\sqrt{2}\tan x+\left(2-\sqrt{2}\right)=0$ (vì $\cos x=0$ không là nghiệm của phương trình)

Phương trình vô nghiệm.

Câu 65: Giải phương trình $5\left(\sin x+\frac{\sin 3x+\cos 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3$.

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$pt\Leftrightarrow 5\left(\sin x+\frac{3\sin x-4\sin^3 x+4\cos^3 x-3\cos x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3$$

$$\Leftrightarrow 5\left(\text{sinx} + \frac{3(\sin x - \cos x) - 4(\sin^3 x - \cos^3 x)}{1 + 2\sin 2x} \right) = \cos 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5(\sin x - \sin x + \cos x) = 2\cos^2 x - 1 + 3 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$$

Câu 66: Cho phương trình $\frac{1}{2}\cos 4x + \frac{4\tan x}{1 + \tan^2 x} = m$. Để phương trình vô nghiệm, các giá trị của tham số m phải thỏa mãn điều kiện:

A. $-\frac{5}{2} \le m \le 0$.   **B.** $0 < m \le 1$.

C. $1 < m \le \frac{3}{2}$.   **D.** $m < -\frac{5}{2}\, hay\, m > \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiện $x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\frac{1}{2}\cos 4x + \frac{4\tan x}{1 + \tan^2 x} = m \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 4x + 4\tan x.\cos^2 x = m \Leftrightarrow \cos 4x + 8\sin x.\cos x = 2m$.

$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 2x + 4\sin 2x = 2m \Leftrightarrow 2\sin^2 2x - 4\sin 2x + 2m - 1 = 0 \;(1)$

Đặt $t = \sin 2x \Rightarrow t \in (-1;1)\setminus\{0\}$.

(1) trở thành $2t^2 - 4t + 2m - 1 = 0 \;(2)$, $\Delta' = 4 - 4m + 2 = 6 - 4m$.

Ta xét (1) có nghiệm, tức là (2) có nghiệm $t_o \in [-1;1]$.

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$. (2) có nghiệm kép là $t = 1$, loại do $t = 1 \in [-1;1]\setminus\{0\}$.

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$.

Nếu (2) có nghiệm $t = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow$ nghiệm còn lại là $t = 2 \notin [-1;1]\setminus\{0\}$.

Khi $m =\ne \frac{1}{2}$ thì (2) phải có hai nghiệm thoả $\left[\begin{array}{l} -1 < t_1 < 1 \\ -1 < t_2 < 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} -1 < \frac{2 - \sqrt{6 - 4m}}{2} < 1 & (a) \\ -1 < \frac{2 + \sqrt{6 - 4m}}{2} < 1 & (b) \end{array} \right.$

Giải (a), $(a) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 - \sqrt{6 - 4m} > -2 \\ 2 - \sqrt{6 - 4m} < 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{6 - 4m} < 4 \\ \sqrt{6 - 4m} > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m > -\frac{5}{2} \\ m < \frac{3}{2} \end{array} \right. \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < m < \frac{3}{2}$.

Giải (b), $(b) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 + \sqrt{6 - 4m} > -2 \\ 2 + \sqrt{6 - 4m} < 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{6 - 4m} > -4 \\ \sqrt{6 - 4m} < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Khi đó, (1) có nghiệm khi $-\frac{5}{2} < m \le \frac{3}{2}$.

Vậy (1) vô nghiệm khi $m<-\dfrac{5}{2}$ hoặc $m>\dfrac{3}{2}$.

Câu 67: Phương trình: $48-\dfrac{1}{\cos^4 x}-\dfrac{2}{\sin^2 x}\left(1+\cot 2x.\cot x\right)=0$ có các nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{16}+k\dfrac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Điều kiện: $\sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{2}$.

Ta có: $1+\cot 2x.\cot x=\dfrac{\cos 2x.\cos x+\sin 2x.\sin x}{\sin 2x.\sin x}=\dfrac{\cos\left(2x-x\right)}{2\sin^2 x.\cos x}=\dfrac{1}{2\sin^2 x}$

Do đó, phương trình tương đương:

$48-\dfrac{1}{\cos^4 x}-\dfrac{1}{\sin^4 x}=0\Leftrightarrow\dfrac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\left(\sin x.\cos x\right)^4}=48\Leftrightarrow 1-\dfrac{1}{2}\sin^2 2x=3\sin^4 2x$

Đặt $t=\sin^2 2x$, $0<t\leq 1$ (Do điều kiện $\sin 2x\neq 0$). Phương trình trở thành:

$$1-\frac{1}{2}t=3t^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{1}{2}\ (n)\\ t=-\dfrac{2}{3}\ (l)\end{array}\right.$$

Suy ra: $\sin^2 2x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\cos 4x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{k\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$

Câu 68: Phương trình $\cos 2x+\sin^2 x+2\cos x+1=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\pi+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\cos 2x+\sin^2 x+2\cos x+1=0\Leftrightarrow 2\cos^2 x-1+1-\cos^2 x+2\cos x+1=0$

$\Leftrightarrow\cos^2 x+2\cos x+1=0\Leftrightarrow\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Câu 69: Phương trình: $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right).\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{3}{2}=0$ có nghiệm là:

A. $x=k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

B. $x=k3\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $x=k4\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

D. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right).\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\left[\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)+\sin(2x)\right]-\frac{3}{2}=0$

$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}(-\cos 4x+\sin 2x)-\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\left[-\left(1-2\sin^2 2x\right)+\sin 2x\right]-\frac{3}{2}=0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\sin 2x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=1\\ \sin 2x=-2\ (VN)\end{array}\right.$. $\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi, (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 70: Phương trình $\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x$ tương đương với phương trình:

A. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=1\end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-1\end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình $\Leftrightarrow \sin 3x+\cos 2x=1+\sin 3x-\sin x$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x-\sin x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 71: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 5x+\cos 2x+2\sin 3x\sin 2x=0$ trên $[0;2\pi]$ là

A. 3π.   **B.** 4π.   **C.** 5π.   **D.** 6π.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$pt \Leftrightarrow \cos 5x+\cos 2x-\cos 5x+\cos x=0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x+\cos x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \cos x=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$

Vì $x\in[0;2\pi] \Rightarrow x\in\left\{\pi,\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right\}$. Vậy tổng các nghiệm là 3π.

Câu 72: Số nghiệm của phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x}=\tan 2x$ trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là :

A. 2.   **B.** 4.   **C.** 5.   **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\cos 2x\neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x\neq \pm 1$

Ta có : $\frac{\cos 4x}{\cos 2x}=\tan 2x \Leftrightarrow \cos 4x=\sin 2x \Leftrightarrow 1-2\sin^2 2x=\sin 2x \Leftrightarrow 2\sin^2 2x+\sin 2x-1=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=-1\ (l)\\ \sin 2x=\frac{1}{2}\ (n)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$

Vì $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x=\frac{\pi}{6}; x=\frac{\pi}{3}$

Câu 73: Nghiệm phương trình $\frac{\cos x(\cos x+2\sin x)+3\sin x\left(\sin x+\sqrt{2}\right)}{\sin 2x-1}=1$

A. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$. $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiện $\sin 2x-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{4}+k\pi\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x\neq-\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{cases}$

$pt\Leftrightarrow\cos^2x+2\cos x.\sin x+3\sin^2x+3\sqrt{2}\sin x=\sin 2x-1\Leftrightarrow 2\sin^2x+3\sqrt{2}\sin x+1=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin x=\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{4}+k2\pi\,(l)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi$

Câu 74: Cho phương trình $\cos 5x\cos x=\cos 4x\cos 2x+3\cos^2x+1$. Các nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình là:

A. $-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}$.

B. $-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$.

C. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}$.

D. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow\ \cos 5x\cos x=\cos 4x\cos 2x+3\cos^2x+1$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}(\cos 6x+\cos 4x)=\frac{1}{2}(\cos 6x+\cos 2x)+3\cos^2x+1\Leftrightarrow\cos 4x=\cos 2x+6\cos^2x+2$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x-1=\cos 2x+3+3\cos 2x+2$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x-4\cos 2x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=-1\\ \cos 2x=3(PTVN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Vậy các nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình là $x=-\frac{\pi}{2},x=\frac{\pi}{2}$.

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng CACL của máy tính cầm tay (casio 570 VN Plus, …), kiểm tra giá trị $x=-\frac{\pi}{2},x=\frac{\pi}{2}$ của đáp án D thỏa.

Câu 75: Phương trình: $\sin^4x+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$.

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

D. $x=\pi+k2\pi$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn B

$\sin^4x+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(1-\cos 2x)^2+\frac{1}{4}\left[1-\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)\right]^2+\frac{1}{4}\left[1-\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)\right]^2=\frac{5}{4}$

$\Leftrightarrow (1-\cos 2x)^2+(1+\sin 2x)^2+(1-\sin 2x)^2=5$

$\Leftrightarrow 1-2\cos 2x+\cos^2 2x+1+2\sin 2x+\sin^2 2x+1-2\sin 2x+\sin^2 2=5$

$\Leftrightarrow -2\cos 2x+\sin^2 2x-1=0 \Leftrightarrow \cos^2 2x+2\cos 2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \cos 2x=-2(PTVN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng CACL của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …).

Câu 76: Phương trình: $\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k2\pi\\ x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn B

$\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 2x-\sin 2x)+\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2x+\cos 2x)+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos 2x+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}(1-2\sin^2 x)+4\sin x-2-\sqrt{2}(1-\sin x)=0 \Leftrightarrow 2\sqrt{2}\sin^2 x-(4+\sqrt{2})\sin x+2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\sqrt{2}(PTVN)\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng CACL của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …).

Kiểm tra giá trị $x=\frac{\pi}{12}$ của đáp án A, $x=\frac{\pi}{3}$ của đáp án C, $x=\frac{\pi}{4}$ của đáp án D đều không thỏa phương trình (*chú ý chỉ lấy một giá trị của họ nghiệm để thử cho đơn giản, các giá trị lấy ra không thuộc họ nghiệm của đáp án khác*); kiểm tra giá trị $x=\frac{\pi}{6}$ của đáp án B thỏa phương trình.

Kiểm tra giá trị $x=\frac{\pi}{8}$ của đáp án A, $x=\frac{\pi}{2}$ của đáp án C, $x=\pi$ của đáp án D đều không thỏa phương trình (*chú ý chỉ lấy một giá trị của họ nghiệm để thử cho đơn giản, các giá trị lấy ra không thuộc họ nghiệm của đáp án khác*); kiểm tra giá trị $x=\frac{\pi}{4}$ của đáp án B thỏa phương trình.

Câu 77: Cho phương trình: $\left(\sin x+\frac{\sin 3x+\cos 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\frac{3+\cos 2x}{5}$. Các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0;2\pi)$ là:

A. $\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}$. **B.** $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

Điều kiện: $\sin 2x\neq -\frac{1}{2}$. Phương trình đã cho tương đương:

$$\left(\sin x+\frac{3\sin x-4\sin^3 x+4\cos^3 x-3\cos x}{1+2\sin 2x}\right)=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x+\frac{3(\sin x-\cos x)-4(\sin^3 x-\cos^3 x)}{1+2\sin 2x}=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x+\frac{3(\sin x-\cos x)-4(\sin x-\cos x)(1+\sin x.\cos x)}{1+2\sin 2x}=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x+\frac{(\sin x-\cos x)(-1-4\sin x.\cos x)}{1+2\sin 2x}=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x-\frac{(\sin x-\cos x)(1+2\sin 2x)}{1+2\sin 2x}=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x-\sin x+\cos x=\frac{3+\cos 2x}{5}\Leftrightarrow 5\cos x=3+\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-5\cos x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\frac{1}{2}\\ \cos x=2\,(PTVN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$$

Vì các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0;2\pi)$ nên nghiệm của phương trình là $x=\frac{\pi}{3},x=\frac{5\pi}{3}$.

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng CACL của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …), kiểm tra các giá trị $x=\frac{\pi}{3},x=\frac{5\pi}{3}$ của đáp án D đều thỏa phương trình.

Câu 78: Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\sin^2 x-2(m-1)\sin x\cos x-(m-1)\cos^2 x=m$ có nghiệm?

A. $0\le m\le 1$. **B.** $m>1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m\le 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$pt\Leftrightarrow \frac{1-\cos 2x}{2}-(m-1)\sin 2x-(m-1)\frac{1+\cos 2x}{2}=m\Leftrightarrow 2(m-1)\sin 2x+m\cos 2x=2-3m$$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 4(m-1)^2+m^2\ge(2-3m)^2\Leftrightarrow 4m^2-4m\le 0\Leftrightarrow 0\le m\le 1$

Câu 79: Để phương trình: $\sin^2 x+2(m+1)\sin x-3m(m-2)=0$ có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

A. $\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{2} \le m < \frac{1}{2} \\ 1 \le m \le 2 \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{3} \le m \le \frac{1}{3} \\ 1 \le m \le 3 \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} -2 \le m \le -1 \\ 0 \le m \le 1 \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} -1 \le m \le 1 \\ 3 \le m \le 4 \end{array}\right.$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn B

Đặt $t = \sin x$. Điều kiện $t \in [-1;1]$. Phương trình trở thành: $t^2 + 2(m+1)t - 3m(m-2) = 0$ (1). Đặt $f(t) = t^2 + 2(m+1)t - 3m(m-2)$.

Phương trình có nghiệm thuộc đoạn $[-1;1]$ $\Leftrightarrow$ (1) có một nghiệm thuộc $[-1;1]$ hoặc có hai nghiệm thuộc $[-1;1]$

$$\Leftrightarrow f(-1).f(1) < 0 \text{ hoặc } \begin{cases} \Delta' \ge 0 \\ f(1) > 0 \\ f(-1) > 0 \\ -1 < \frac{S}{2} < 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (-3m^2 + 8m + 3)(-3m^2 + 4m - 1) < 0 \text{ hoặc } \begin{cases} 4m^2 - 4m + 1 \ge 0 \\ -3m^2 + 8m + 3 > 0 \\ -3m^2 + 4m - 1 > 0 \\ -1 < -m - 1 < 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{1}{3} \le m \le \frac{1}{3} \\ 1 \le m \le 3 \end{array}\right. \text{ hoặc } \begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ -\frac{1}{3} < m < 1 \\ \frac{1}{3} < m < 3 \\ -2 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{1}{3} \le m \le \frac{1}{3} \\ 1 \le m \le 3 \end{array}\right. \text{ hoặc } m \in \varnothing$$

Vậy $-\frac{1}{3} \le m \le \frac{1}{3}$ hoặc $1 \le m \le 3$.

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng SOLVE của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …), kiểm tra giá trị trong khoảng như $\{4\} \in [3;4]$ ở đáp án D không thoả, $\{3\} \in [1;3]$ ở đáp án B thì phương trình có nghiệm. Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 80: Để phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = a|\sin 2x|$ có nghiệm, điều kiện thích hợp cho tham số a là:

A. $0 \le a < \frac{1}{8}$.   **B.** $\frac{1}{8} < a < \frac{3}{8}$.   **C.** $a < \frac{1}{4}$.   **D.** $a \ge \frac{1}{4}$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

$$\sin^6 x + \cos^6 x = a|\sin 2x| \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x.\cos^2 x.(\sin^2 x + \cos^2 x) = a|\sin 2x|$$

$$\Leftrightarrow 1 - 3\sin^2 x.\cos^2 x = a|\sin 2x|. \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x = a|\sin 2x|.$$

$$\Leftrightarrow 3|\sin 2x|^2 + 4a|\sin 2x| - 4 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = |\sin 2x| \Rightarrow 0 \le t \le 1$

(1) trở thành $3t^2+4at-4=0\ (2)$.

Để phương trình (1) có nghiệm thì phương trình (2) phải có nghiệm trong đoạn $[0;1]$.

Xét phương trình (2), ta có: $\begin{cases}\Delta'=4a^2+12>0\,\forall a\in\mathbb{R}\\ 3.(-4)<0\end{cases}$, nên (2) luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Do đó các nghiệm $t_1,t_2\ (t_1<t_2)$ thoả $\begin{cases}t_1=\dfrac{-2a-\sqrt{4a^2+12}}{3}<0\\ t_2=<0\dfrac{-2a+\sqrt{4a^2+12}}{3}\le 1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2a-\sqrt{4a^2+12}<0\\ -2a+\sqrt{4a^2+12}>0\\ -2a+\sqrt{4a^2+12}\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+\sqrt{4a^2+12}>0 & (a)\\ \sqrt{4a^2+12}>2a & (b)\\ \sqrt{4a^2+12}\le 3+2a & (c)\end{cases}$.

Xét (a), $2a+\sqrt{4a^2+12}>2a+\sqrt{4a^2}=2a+|2a|\ge 2a-2a=0\Rightarrow 2a+\sqrt{4a^2+12}>0\ \ \forall a\in\mathbb{R}$.

Xét (b), $(b)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}4a^2+12\ge 0\\ 2a<0\end{cases}\\ \begin{cases}4a^2+12>0\\ 2a\ge 0\\ 4a^2+12>4a^2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$.

Xét (c), $(c)\Leftrightarrow\begin{cases}4a^2+12\ge 0\\ 3+2a\ge 0\\ 4a^2+12\le 9+12a+4a^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge\dfrac{-3}{2}\\ a\ge\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow a\ge\dfrac{1}{4}$

Câu 81: Cho phương trình: $4\left(\sin^4x+\cos^4x\right)-8\left(\sin^6x+\cos^6x\right)-4\sin^2 4x=m$ trong đó m là tham số. Để phương trình là vô nghiệm, thì các giá trị thích hợp của m là:

A. $-1\le m\le 0$.   **B.** $-\dfrac{3}{2}\le m\le -1$.

C. $-2\le m\le -\dfrac{3}{2}$.   **D.** $m<-\dfrac{25}{4}$ hay $m>0$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

$4\left(\sin^4x+\cos^4x\right)-8\left(\sin^6x+\cos^6x\right)-4\sin^2 4x=m$

$\Leftrightarrow 4\left(1-\dfrac{1}{2}\sin^2 2x\right)-8\left(1-\dfrac{3}{4}\sin^2 2x\right)-4\left(1-\cos^2 4x\right)=m$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 4x+4\sin^2 2x-8-m=0\Leftrightarrow 4\cos^2 4x-2\cos 4x-6-m=0\ \ (1)$

Đặt $t=\cos 4x\Rightarrow t\in[-1;1]$.

(1) trở thành $4t^2-2t-6-m=0\ \ (2)$, $\Delta'=25+4m$.

Để tìm m sao cho (1) vô nghiệm, ta sẽ tìm m sao cho (1) có nghiệm rồi sau đó phủ định lại.

(1) có nghiệm thì (2) phải có nghiệm thoả $t_o \in [-1;1]$.

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{25}{4}, (2)$ có nghiệm kép $t = \frac{1}{4} \in [-1;1]$, nên $m = -\frac{25}{4}$ thoả (1) có nghiệm.

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{25}{4}$, khi đó (2) phải có hai nghiệm phân biệt thoả $\left[\begin{array}{l} -1 \le t_1 \le 1 \\ -1 \le t_2 \le 1 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} -1 \le \dfrac{1-\sqrt{25+4m}}{4} \le 1 & (a) \\ -1 \le \dfrac{1+\sqrt{25+4m}}{4} \le 1 & (b) \end{array}\right. .$$

Giải (a), $(a) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-\sqrt{25+4m} \ge -4 \\ 1-\sqrt{25+4m} \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{25+4m} \le 5 \\ \sqrt{25+4m} \ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ m \ge -\frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{25}{4} \le m \le 0$

Giải (b), $(b) \Leftrightarrow \begin{cases} 1+\sqrt{25+4m} \ge -4 \\ 1+\sqrt{25+4m} \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{25+4m} \ge -5 \\ \sqrt{25+4m} \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25+4m \ge 0 \\ 25+4m \le 9 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{25}{4} \le m \le -4$

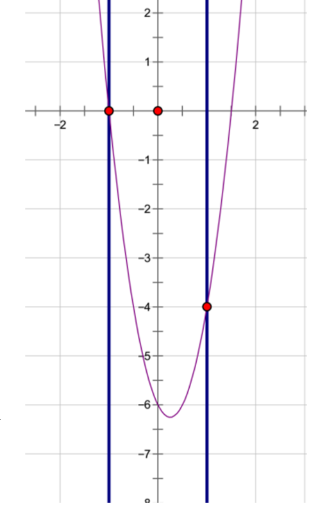
Kết hợp lại, (1) có nghiệm khi $-\frac{25}{4} \le m \le 0$.

Do đó (1) vô nghiệm khi $m < -\frac{25}{4}$ hoặc $m > 0$.

CÁCH KHÁC:

Bài tóan đã cho trở thành tìm m sao cho phương trình $4t^2 - 2t - 6 = m$ (*) không có nghiệm $t \in [-1;1]$.

Đặt $\begin{cases} (P): y = 4t^2 - 2t - 6 \\ (d): y = m \end{cases}$



Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của (P) và (d).

Phương trình (*) không có nghiệm $t \in [-1;1]$ khi chỉ khi (P) và (d) không giao nhau trong $[-1;1]$.

Dựa vào đồ thị ta có $m < -\frac{25}{4}$ hoặc $m > 0$.

Câu 82: Cho phương trình: $\dfrac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = 2m.\tan 2x$, trong đó m là tham số. Để phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của m là

A. $m \le -\frac{1}{8}$ hay $m \ge \frac{1}{8}$.
B. $m \le -\frac{1}{4}$ hay $m \ge \frac{1}{4}$.
C. $m < -\frac{1}{8}$ hay $m > \frac{1}{8}$.
D. $m < -\frac{1}{4}$ hay $m > \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Điều kiện: $\cos 2x \ne 0$

$pt \Leftrightarrow \dfrac{1-\frac{3}{4}\sin^2 2x}{\cos 2x} = 2m\dfrac{\sin 2x}{\cos 2x} \Leftrightarrow 3\sin^2 2x + 8m\sin^2 2x - 4 = 0 \qquad (1)$

Đặt $t = \sin 2x, (-1 < t < 1)$. Phương trình trở thành:

$$3t^2 + 8mt - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{-4m + \sqrt{16m^2+12}}{3} \\ t_2 = \dfrac{-4m - \sqrt{16m^2+12}}{3} \end{array}\right..$$

Vì $a.c < 0 \Rightarrow$ Phương trình (2) luôn có hai nghiệm trái dấu $t_2 < 0 < t_1$.

Do đó (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{-4m + \sqrt{16m^2+12}}{3} < 1 \\ \dfrac{-4m - \sqrt{16m^2+12}}{3} > -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{16m^2+12} < 3+4m \\ \sqrt{16m^2+12} < 3-4m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \dfrac{1}{8} \\ m < -\dfrac{1}{8} \end{array}\right.$

PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP VỚI SIN VÀ COSIN

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

+ Là phương trình có dạng $f(\sin x, \cos x) = 0$ trong đó luỹ thừa của sinx và cosx cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Cách giải: Chia hai vế phương trình cho $\cos^k x \neq 0$ (k là số mũ cao nhất) ta được phương trình ẩn là $\tan x$.

Phương trình đẳng cấp bậc hai: a $\sin^2 x$ + b sin*x*.cos*x* + c $\cos^2 x$ = d (1)

Cách 1:

- Kiểm tra cosx = 0 có thoả mãn (1) hay không?

  Lưu ý: cosx = 0 $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin x = \pm 1.$

- Khi $\cos x \neq 0$, chia hai vế phương trình (1) cho $\cos^2 x \neq 0$ ta được:

  $$a.\tan^2 x + b.\tan x + c = d(1 + \tan^2 x)$$

- Đặt: t = tan*x*, đưa về phương trình bậc hai theo t:

  $$(a - d)t^2 + b.t + c - d = 0$$

Cách 2: Dùng công thức hạ bậc

$$(1) \Leftrightarrow a.\frac{1 - \cos 2x}{2} + b.\frac{\sin 2x}{2} + c.\frac{1 + \cos 2x}{2} = d$$

$\Leftrightarrow b.\sin 2x + (c - a).\cos 2x = 2d - a - c$ (đây là PT bậc nhất đối với sin2*x* và cos2*x*)

B– BÀI TẬP

Câu 1: Phương trình $6\sin^2 x + 7\sqrt{3}\sin 2x - 8\cos^2 x = 6$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

TH1: $\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1$ thỏa phương trình $\Rightarrow$ phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

TH2: $\cos x \neq 0,$ chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ ta được

$$6\tan^2 x + 14\sqrt{3}\tan x - 8 = \frac{6}{\cos^2 x} \Leftrightarrow 6\tan^2 x + 14\sqrt{3}\tan x - 8 = 6\left(1 + \tan^2 x\right)$$

$$\Leftrightarrow 14\sqrt{3}\tan x = 14 \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Vậy, phương trình có nghiệm $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\frac{\pi}{6}+k\pi.$

Câu 2: Phương trình $\left(\sqrt{3}+1\right)\sin^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x+\left(\sqrt{3}-1\right)\cos^2 x=0$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\alpha+k\pi\end{array}\right.$ $\left(\text{vôi } \tan\alpha=-2+\sqrt{3}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\alpha+k\pi\end{array}\right.$ $\left(\text{vôi } \tan\alpha=2-\sqrt{3}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{8}+k\pi\\ x=\alpha+k\pi\end{array}\right.$ $\left(\text{vôi } \tan\alpha=-1+\sqrt{3}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\ x=\alpha+k\pi\end{array}\right.$ $\left(\text{vôi } \tan\alpha=1-\sqrt{3}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

TH1: $\cos x=0\Leftrightarrow\sin^2 x=1$ không thỏa phương trình.

TH2: $\cos x\neq 0,$ chia cả hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ ta được:

$$\left(\sqrt{3}+1\right)\tan^2 x-2\sqrt{3}\tan x+\sqrt{3}-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=2-\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\arctan\left(2-\sqrt{3}\right)+k\pi\end{array}\right.$$

Câu 3: Giải phương trình $3\sin^2 2x-2\sin 2x\cos 2x-4\cos^2 2x=2.$

A. $x=\frac{1}{2}\arctan 3+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{1}{2}\arctan(-2)+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

B. $x=\arctan\frac{1+\sqrt{73}}{12}+\frac{k\pi}{2}, x=\arctan\frac{1-\sqrt{73}}{12}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{1}{2}\arctan\frac{1+\sqrt{73}}{6}+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{1}{2}\arctan\frac{1-\sqrt{73}}{6}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

D. $x=\arctan\frac{3}{2}+\frac{k\pi}{2}, x=\arctan(-1)+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

TH1: $\cos 2x=0\Leftrightarrow\sin^2 2x=1$ không thỏa phương trình.

TH2: $\cos 2x\neq 0,$ chia cả hai vế của phương trình cho $\cos^2 2x$ ta được:

$$3\tan^2 2x-2\tan 2x-4=\frac{2}{\cos^2 2x}\Leftrightarrow 3\tan^2 2x-2\tan 2x-4=2\left(1+\tan^2 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow\tan^2 2x-\tan 2x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan 2x=3\\ \tan 2x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\arctan 3+\frac{k\pi}{2}\\ x=\frac{1}{2}\arctan(-2)+\frac{k\pi}{2}\end{array}\right.$$

Câu 4: Phương trình $2\sin^2 x+\sin x\cos x-\cos^2 x=0$ có nghiệm là:

A. $\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\frac{\pi}{4}+k\pi, \arctan\left(\frac{1}{2}\right)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $-\frac{\pi}{4}+k\pi, \arctan\left(\frac{1}{2}\right)+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $-\frac{\pi}{4}+k2\pi, \arctan\left(\frac{1}{2}\right)+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

TH1: $\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1$ không thỏa phương trình.

TH2: $\cos x \neq 0,$ chia cả hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ ta được:

$$2\tan^2 x + \tan x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = -1 \\ \tan x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\frac{1}{2} + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 5: Một họ nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x\cos x - \cos^2 x = -2$ là

A. $\frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $-\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **C.** $\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $-\frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ không là nghiệm của phương trình

Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta được

$2\tan^2 x - 5\tan x - 1 = -2\left(1 + \tan^2 x\right) \Leftrightarrow 4\tan^2 x - 5\tan x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 1 \\ \tan x = \frac{1}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\frac{1}{4} + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 6: Một họ nghiệm của phương trình $2\sqrt{3}\cos^2 x + 6\sin x\cos x = 3 + \sqrt{3}$ là

A. $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$, v$k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **C.** $-\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $-\frac{\pi}{4} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$2\sqrt{3}\cos^2 x + 6\sin x\cos x = 3 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{3}\left(1 + \cos 2x\right) + 3\sin 2x = 3 + \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 2x + 3\sin 2x = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 7: Một họ nghiệm của phương trình $-3\sin x\cos x + \sin^2 x = 2$ là

A. $\arctan\left(-2\right) + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\frac{1}{2}\arctan\left(-2\right) + k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $-\frac{1}{2}\arctan\left(-2\right) + k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\arctan\left(2\right) + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ không là nghiệm của phương trình

Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta được $-3\tan x + \tan^2 x = 2\left(1 + \tan^2 x\right)$

$\Leftrightarrow \tan^2 x + 3\tan x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = -1 \\ \tan x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(-2\right) + k\pi \end{array}\right.$

Câu 8: Một họ nghiệm của phương trình $2\sin^2 x + \sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$ là

A. $\arctan\left(-\dfrac{3}{2}\right) + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $-\arctan\left(-\dfrac{3}{2}\right) + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $\arctan\left(\dfrac{3}{2}\right) + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $-\arctan\left(\dfrac{3}{2}\right) + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ không là nghiệm của phương trình

Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta được

$2\tan^2 x + \tan x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 1 \\ \tan x = -\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(-\dfrac{3}{2}\right) + k\pi \end{array}\right.$

Câu 9: Một họ nghiệm của phương trình $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x = 2$ là

A. $-\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\dfrac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **C.** $-\dfrac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ không là nghiệm của phương trình

Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta được

$3\tan^2 x - 4\tan x + 5 = 2\left(1 + \tan^2 x\right) \Leftrightarrow \tan^2 x - 4\tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 1 \\ \tan x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{array}\right.$

Câu 10: Phương trình : $\sin^2 x - (\sqrt{3} + 1)\sin x\cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = 0$ có họ nghiệm là

A. $-\dfrac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $\pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\dfrac{\pi}{4} + k\pi$, $\dfrac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ không là nghiệm của phương trình

Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta được

$$\tan^2 x-\left(\sqrt{3}+1\right)\tan x+\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$$

Câu 11: Phương trình $3\cos^2 4x+5\sin^2 4x=2-2\sqrt{3}\sin 4x\cos 4x$ có nghiệm là:

A. $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=-\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$.   **D.** $x=-\dfrac{\pi}{24}+k\dfrac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

TH1: $\cos 4x=0\Leftrightarrow\sin^2 4x=1$ không thỏa phương trình.

TH2: $\cos 4x\neq 0$, chia cả hai vế cho $\cos^2 4x$ ta được

$$3+5\tan^2 4x=\frac{2}{\cos^2 4x}-2\sqrt{3}\tan 4x\Leftrightarrow 3+5\tan^2 4x=2\left(1+\tan^2 4x\right)-2\sqrt{3}\tan 4x$$

$$\Leftrightarrow 3\tan^2 4x+2\sqrt{3}\tan 4x+1=0\Leftrightarrow\tan 4x=-\frac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow 4x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{24}+\frac{k\pi}{4}$$

Câu 12: Trong khoảng $\left(0\,;\dfrac{\pi}{2}\right)$, phương trình $\sin^2 4x+3.\sin 4x.\cos 4x-4.\cos^2 4x=0$ có:

A. Ba nghiệm.   **B.** Một nghiệm.   **C.** Hai nghiệm.   **D.** Bốn nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Nhận thấy $\cos 4x=0$ không là nghiệm phương trình, chia hai vế phương trình cho $\cos 4x$, ta được phương t:

$$\tan^2 4x+3.\tan 4x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan 4x=1\\ \tan 4x=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{16}+\dfrac{k\pi}{4}\\ x=\dfrac{1}{4}\arctan(-4)+\dfrac{k\pi}{4}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$$

Do $x\in\left(0\,;\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow x\in\left\{\dfrac{\pi}{16};\dfrac{5\pi}{16};\dfrac{1}{4}\arctan(-4)+\dfrac{\pi}{4};\dfrac{1}{4}\arctan(-4)+\dfrac{\pi}{2}\right\}$

Câu 13: Phương trình $2\cos^2 x-3\sqrt{3}\sin 2x-4\sin^2 x=-4$ có họ nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.   **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$: là nghiệm của phương trình

$\cos x\neq 0$: Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta được

$2-6\sqrt{3}\tan x-4\tan^2 x=-4\left(1+\tan^2 x\right)\Leftrightarrow \tan x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$

Câu 14: Phương trình $2\sin^2 x+\sin x\cos x-\cos^2 x=0$ (với $k\in\mathbb{Z}$) có nghiệm là:

A. $-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,\arctan(\dfrac{1}{2})+k2\pi$.　　**B.** $\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\arctan(\dfrac{1}{2})+k\pi$.　　**D.** $-\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\arctan(\dfrac{1}{2})+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Khi $\cos x=0\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$: $VT=2\neq VP=0\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ \ (l)$

Khi $\cos x\neq 0\Rightarrow x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$: $2\sin^2 x+\sin x\cos x-\cos^2 x=0\Leftrightarrow 2\tan^2 x+\tan x-1=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\ \tan x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=acr\tan\left(\dfrac{1}{2}\right)+k\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 15: Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=2\left(\cos^5 x+\sin^5 x\right)$

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$　　**B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{1}{2}\pi$　　**C.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{1}{3}\pi$　　**D.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

vì $\cos x=0$ không là nghiệm của phương trình nên ta có

$1+\tan^2 x+\tan^3 x(1+\tan^2 x)=2\left(1+\tan^5 x\right)$

$\Leftrightarrow\tan^5 x-\tan^3 x-\tan^2 x+1=0\Leftrightarrow(\tan^2 x-1)(\tan^3 x-1)=0$

$\Leftrightarrow\tan x=\pm 1\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

$$\cos^3 x+\sin^3 x=2\left(\cos^5 x+\sin^5 x\right)\Leftrightarrow 2\cos^5 x-\cos^3 x=2\sin^5 x-\sin^3 x$$

Cách khác: $\Leftrightarrow\cos^3 x\left(2\cos^2 x-1\right)=\sin^3 x\left(2\sin^2 x-1\right)\Leftrightarrow\cos 2x\left(\cos^3 x+\sin^3 x\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\\ \tan x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.;(k\in\mathbb{Z})$$

Câu 16: Giải phương trình $\sin^2 x+3\tan x=\cos x\left(4\sin x-\cos x\right)$

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k2\pi$　　**B.** $\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{1}{2}\pi,x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\dfrac{1}{2}\pi$

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{2}{3}\pi,x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\dfrac{2}{3}\pi$　　**D.** $\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $\Leftrightarrow \tan^2 x+\tan x(1+\tan^2 x)=4\tan x-1$

$\Leftrightarrow \tan^3 x+\tan^2 x-3\tan x+1=0$

$\Leftrightarrow (\tan x-1)(\tan^2 x+2\tan x-1)=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\pi$.

Câu 17: Giải phương trình $\sin^2 x\left(\tan x+1\right)=3\sin x\left(\cos x-\sin x\right)+3$

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{1}{2}\pi \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{2}{3}\pi \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình đã cho tương đương với

$\tan^2 x(\tan x+1)=3\tan x(1-\tan x)+3(1+\tan^2 x)$

$\Leftrightarrow \tan^3 x+\tan^2 x-3\tan x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$

Câu 18: Giải phương trình $4\sin^3 x+3\cos^3 x-3\sin x-\sin^2 x\cos x=0$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{1}{2}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{3}\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\frac{1}{3}\pi$

D. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta thấy $\cos x=0$ không là nghiệm của phương trình

Nên phương trình $\Leftrightarrow 4\tan^3 x+3-3\tan x(1+\tan^2 x)-\tan^2 x=0$

$\Leftrightarrow \tan^3 x-\tan^2 x-3\tan x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x=1 \\ \tan x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 19: Giải phương trình $2\cos^3 x=\sin 3x$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan(-2)+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan(-2)+k\frac{1}{2}\pi \\ x=\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan(-2)+k\frac{2}{3}\pi \\ x=\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan(-2)+k\pi \\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $\Leftrightarrow 2\cos^3 x=3\sin x-4\sin^3 x$

$\Leftrightarrow 2=3\tan x\left(1+\tan^2 x\right)-4\tan^3 x \Leftrightarrow \tan^3 x-3\tan x+2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-2\\ \tan x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\arctan(-2)+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$

Câu 20: Giải phương trình $\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x=1+\sin^2 x$

A. $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x=k\dfrac{1}{2}\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{1}{2}\pi\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}x=k\dfrac{2}{3}\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{2}{3}\pi\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $\Leftrightarrow 2\sin^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \tan x=\sqrt{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$.

Câu 21: Giải phương trình $2\cos^2 x+6\sin x\cos x+6\sin^2 x=1$

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k2\pi$ **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{2}{3}\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k\dfrac{2}{3}\pi$

C. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{1}{4}\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k\dfrac{1}{4}\pi$ **D.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $\Leftrightarrow 5\sin^2 x+6\sin x\cos x+\cos^2 x=0$

Giải ra ta được $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{1}{5}\right)+k\pi$.

PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG VÀ DẠNG ĐỐI XỨNG VỚI SIN VÀ COSIN

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

Dạng 1: Là phương trình có dạng:
$a(\sin x+\cos x)+b\sin x\cos x+c=0$ (3)
Để giải phương trình trên ta sử dụng phép đặt ẩn phụ
Đặt: $t=\cos x+\sin x=\sqrt{2}.\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$; $|t|\le\sqrt{2}$.

$\Rightarrow t^2=1+2\sin x.\cos x\ \Rightarrow\ \sin x.\cos x=\frac{1}{2}(t^2-1)$.

Thay và (3) ta được phương trình bậc hai theo t.
Ngoài ra chúng ta còn gặp phương trình phản đối xứng có dạng $a(\sin x-\cos x)+b\sin x\cos x+c=0$
(3')
Để giải phương trình này ta cũng đặt $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow\begin{cases}t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\\ \sin x\cos x=\frac{1-t^2}{2}\end{cases}$

Thay vào (3') ta có được phương trình bậc hai theo t.
Lưu ý:

- $\cos x+\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$
- $\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

Dạng 2: a.|sinx ± cosx| + b.sinx.cosx + c = 0

- Đặt: $t=|\cos x\pm\sin x|=\sqrt{2}.\left|\cos\left(x\mp\frac{\pi}{4}\right)\right|$; Ñk : $0\le t\le\sqrt{2}$.

  $\Rightarrow\ \sin x.\cos x=\pm\frac{1}{2}(t^2-1)$.
- Tương tự dạng trên. Khi tìm *x* cần lưu ý phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

B– BÀI TẬP

Câu 1: Phương trình $\sin x+\cos x=1-\frac{1}{2}\sin 2x$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\\ x=k\frac{\pi}{4}\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\ x=k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:
Chọn D.
Đặt $\sin x+\cos x=t,\left(|t|\le\sqrt{2}\right)\Rightarrow 1+\sin 2x=t^2\Rightarrow\sin 2x=t^2-1$

Ta có phương trình $t=1-\frac{1}{2}\left(t^2-1\right)\Leftrightarrow t^2+2t-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(TM)\\t=-3(KTM)\end{array}\right.$

$t=1\Rightarrow\sin x+\cos x=1\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$

Câu 2: Phương trình $\sin^3x+\cos^3x=1-\frac{1}{2}\sin 2x$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=k\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\x=k2\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\\x=k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{2}+k\pi\\x=(2k+1)\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\sin^3x+\cos^3x=1-\frac{1}{2}\sin 2x\Leftrightarrow(\sin x+\cos x)^3-3\sin x\cos x(\sin x+\cos x)=1-\sin x\cos x$

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right),\left(|t|\le\sqrt{2}\right)\Rightarrow 1+\sin 2x=t^2\Rightarrow\sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}$

Ta có phương trình $t^3-3t\left(\frac{t^2-1}{2}\right)=1-\frac{1}{2}\left(t^2-1\right)\Leftrightarrow t^3-t^2-3t+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(TM)\\t^2=3(KTM)\end{array}\right.$

$t=1\Rightarrow\sin x+\cos x=1\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$

Câu 3: Giải phương trình $2\sin 2x-(\sin x+\cos x)+1=0$

A. $x=k\pi,x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k\pi$

B. $x=k\frac{1}{3}\pi,x=\frac{\pi}{2}+k\frac{1}{3}\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k\frac{1}{3}\pi$

C. $x=k\frac{2}{3}\pi,x=\frac{\pi}{2}+k\frac{2}{3}\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k\frac{2}{3}\pi$

D. $x=k2\pi,x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k2\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow\begin{cases}|t|\le\sqrt{2}\\ \sin 2x=t^2-1\end{cases}$

Ta có : $2(t^2-1)-t+1=0\Leftrightarrow 2t^2-t-1=0\Leftrightarrow t=1,t=-\frac{1}{2}$

- $t=1\Leftrightarrow\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow x=k2\pi,x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$
- $t=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2\sqrt{2}}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}\pm\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)+k2\pi$

Câu 4: Giải phương trình $\sin 2x-12(\sin x-\cos x)+12=0$

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,x=-\pi+k2\pi$ **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,x=-\pi+k\frac{2}{3}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\frac{1}{3}\pi,x=-\pi+k\frac{2}{3}\pi$ **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,x=-\pi+k2\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Đặt $t=\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow\begin{cases}|t|\le\sqrt{2}\\ \sin 2x=1-t^2\end{cases}$

Ta có: $1-t^2+12t+12=0\Leftrightarrow t=-1\Leftrightarrow\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,x=-\pi+k2\pi$.

Câu 5: Giải phương trình $\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=1$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,x=\frac{\pi}{2}+k\pi,x=\pi+k2\pi$ **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{2}\pi,x=\frac{\pi}{2}+k\frac{1}{2}\pi,x=\pi+k\frac{1}{2}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi,x=\frac{\pi}{2}+k\frac{2}{3}\pi,x=\pi+k2\pi$ **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,x=\pi+k2\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin x-\cos x\Rightarrow\begin{cases}|t|\le\sqrt{2}\\ \sin 2x=1-t^2\end{cases}$

Ta có: $1-t^2+t=1\Leftrightarrow t=0,t=1$

Từ đó ta tìm được: $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,x=\pi+k2\pi$

Câu 6: Giải phương trình $1+\tan x=2\sqrt{2}\sin x$

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,x=\frac{11\pi}{12}+k\pi,x=-\frac{5\pi}{12}+k\pi$

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi,x=\frac{11\pi}{12}+k\frac{2}{3}\pi,x=-\frac{5\pi}{12}+k\frac{2}{3}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=\frac{11\pi}{12}+k\frac{1}{4}\pi, x=-\frac{5\pi}{12}+k2\pi$

D. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi x=, x=-\frac{5\pi}{12}+k2\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiên: $\cos x\neq 0$

Phương trình $\Leftrightarrow \sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin 2x$

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow\begin{cases}|t|\leq\sqrt{2}\\ \sin 2x=t^2-1\end{cases}$

Ta có: $t=\sqrt{2}\left(t^2-1\right)\Leftrightarrow\sqrt{2}t^2-t-\sqrt{2}=0\Leftrightarrow t=\sqrt{2}, t=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

Từ đó tìm được: $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi x=, x=-\frac{5\pi}{12}+k2\pi$

Câu 7: Giải phương trình $|\cos x-\sin x|+2\sin 2x=1$

A. $x=\frac{k3\pi}{2}$ **B.** $x=\frac{k5\pi}{2}$ **C.** $x=\frac{k7\pi}{2}$ **D.** $x=\frac{k\pi}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Đặt $t=|\sin x-\cos x|=\sqrt{2}\left|\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|\Rightarrow\begin{cases}\sin 2x=1-t^2\\ 0\leq t\leq\sqrt{2}\end{cases}$

Ta có: $t+2(1-t^2)=1\Leftrightarrow 2t^2-t-1=0\Leftrightarrow t=1\Leftrightarrow\sin 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}$

Câu 8: Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=\cos 2x$

A. $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k\pi, x=k\pi$ **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{2}{3}\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k\pi, x=k\pi$

C. $x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{1}{3}\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k\frac{2}{3}\pi, x=k2\pi$ **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=k2\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow(\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)=(\sin x+\cos x)(\cos x-\sin x)$

$\Leftrightarrow\left(\sin x+\cos x\right)\left(1-\sin x\cos x-\cos x+\sin x\right)=0$

Từ đó ta tìm được: $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=k2\pi$

Câu 9: Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=2\sin 2x+\sin x+\cos x$

A. $x=\frac{k3\pi}{2}$ **B.** $x=\frac{k5\pi}{2}$ **C.** $x=k\pi$ **D.** $x=\frac{k\pi}{2}$

Hướng dẫn giải:

Phương trình $\Leftrightarrow\left(\cos x+\sin x\right)\left(1-\sin x\cos x\right)=2\sin 2x+\sin x+\cos x$

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow\begin{cases}|t|\leq\sqrt{2}\\ \sin 2x=t^2-1\end{cases}$

Ta có: $t\left(1-\dfrac{t^2-1}{2}\right)=2(t^2-1)+t \Leftrightarrow t^2=1 \Leftrightarrow \sin 2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{2}$

Câu 10: Giải phương trình $\cos x+\dfrac{1}{\cos x}+\sin x+\dfrac{1}{\sin x}=\dfrac{10}{3}$

A. $x=\dfrac{\pi}{4}\pm\arccos\dfrac{2+\sqrt{19}}{3\sqrt{2}}+k2\pi$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}\pm\arccos\dfrac{2+\sqrt{19}}{\sqrt{2}}+k2\pi$

C. $x=\dfrac{\pi}{4}\pm\arccos\dfrac{2+\sqrt{19}}{\sqrt{2}}+k\pi$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}\pm\arccos\dfrac{2-\sqrt{19}}{3\sqrt{2}}+k2\pi$

Hướng dẫn giải:

Phương trình $\Leftrightarrow \sin x+\cos x+\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x\cos x}=\dfrac{10}{3}$

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\Rightarrow \begin{cases}|t|\le\sqrt{2}\\ \sin 2x=t^2-1\end{cases}$

Ta có: $t+\dfrac{2t}{t^2-1}=\dfrac{10}{3}\Leftrightarrow 3t(t^2-1)+6t=10(t^2-1)\quad (t\ne\pm1)$

$\Leftrightarrow 3t^3-10t^2+3t+10=0\Leftrightarrow (t-2)(3t^2-4t-5)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2-\sqrt{19}}{3}$

$\Leftrightarrow \cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{2-\sqrt{19}}{3\sqrt{2}}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}\pm\arccos\dfrac{2-\sqrt{19}}{3\sqrt{2}}+k2\pi$

Câu 11: Cho phương trình $\sin x\cos x-\sin x-\cos x+m=0$, trong đó m là tham số thực. Để phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của m là

A. $-2\le m\le-\dfrac{1}{2}-\sqrt{2}$.   **B.** $-\dfrac{1}{2}-\sqrt{2}\le m\le 1$.   **C.** $1\le m\le\dfrac{1}{2}+\sqrt{2}$.   **D.** $\dfrac{1}{2}+\sqrt{2}\le m\le 2$.

Hướng dẫn giải:

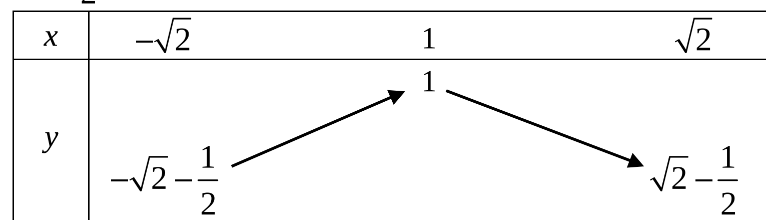
Chọn D.

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right),\left(|t|\le\sqrt{2}\right)\Rightarrow 1+\sin 2x=t^2\Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$

Ta có phương trình $\left(\dfrac{t^2-1}{2}\right)-t+m=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}t^2+t+\dfrac{1}{2}(1)$.

Phương trình có nghiệm khi phương trình (1) có nghiệm $t\in\left[-\sqrt{2};\ \sqrt{2}\right]$

Xét hàm số $y=-\dfrac{1}{2}t^2+t+\dfrac{1}{2}$ trên $\left[-\sqrt{2};\ \sqrt{2}\right]$



Từ BBT suy ra $-\dfrac{1}{2}-\sqrt{2}\le m\le 1$

Câu 12: Phương trình $2\sin 2x-3\sqrt{6}|\sin x+\cos x|+8=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=5\pi+k\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt $t=\left|\sin x+\cos x\right|=\sqrt{2}\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right|,\left(0\le t\le\sqrt{2}\right)\Rightarrow 1+\sin 2x=t^2\Rightarrow \sin 2x=t^2-1$

Ta có $2\left(t^2-1\right)-3\sqrt{6}t+8=0\Leftrightarrow 2t^2-3\sqrt{6}t+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\sqrt{6}\,(KTM) \\ t=\frac{\sqrt{6}}{2}(TM) \end{array}\right.$.

$$t=\frac{\sqrt{6}}{2}\Rightarrow\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{3} \\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{4}=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{4}=\frac{4\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi \\ x=-\frac{7\pi}{12}+k2\pi \\ x=\frac{13\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right..$$

PHẦN I: ĐỀ BÀI

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VỚI SIN VÀ COSIN

Có dạng: a sin$x$ + b cos$x$ = c (1)

Cách 1:

- Chia hai vế phương trình cho $\sqrt{a^2+b^2}$ ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

- Đặt: $\sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $\left(\alpha \in [0, 2\pi]\right)$

  phương trình trở thành: $\sin\alpha.\sin x + \cos\alpha.\cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$$\Leftrightarrow \cos(x-\alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\beta \quad (2)$$

- Điều kiện để phương trình có nghiệm là:

$$\left|\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right| \le 1 \Leftrightarrow a^2+b^2 \ge c^2.$$

- (2) $\Leftrightarrow x = \alpha \pm \beta + k2\pi \quad (k \in Z)$

Lưu ý:

- $\sin x \pm \sqrt{3}\cos x = 2\left[\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right] = 2\sin(x - \frac{\pi}{3})$
- $\sqrt{3}\sin x \pm \cos x = 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \pm \frac{1}{2}\cos x\right] = 2\sin(x \pm \frac{\pi}{6})$
- $\sin x \pm \cos x = \sqrt{2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right] = \sqrt{2}\sin(x \pm \frac{\pi}{4})$.

Cách 2:

a) Xét $x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ có là nghiệm hay không?

b) Xét $x \ne \pi + k2\pi \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2} \ne 0.$

Đặt: $t = \tan\frac{x}{2}$, thay $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, ta được phương trình bậc hai theo t:

$$(b+c)t^2 - 2at + c - b = 0 \quad (3)$$

Vì $x \ne \pi + k2\pi \Leftrightarrow b + c \ne 0$, nên (3) có nghiệm khi:

$$\Delta' = a^2 - (c^2 - b^2) \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge c^2.$$

Giải (3), với mỗi nghiệm t_0, ta có phương trình: $\tan\frac{x}{2} = t_0$.

Ghi chú:

1) Cách 2 thường dùng để giải và biện luận.
2) Cho dù cách 1 hay cách 2 thì điều kiện để phương trình có nghiệm: $a^2+b^2\ge c^2$.
3) Bất đẳng thức B. C. S:

$$|y|=|a.\sin x+b.\cos x|\le\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x}=\sqrt{a^2+b^2}$$

$\Leftrightarrow \min y=-\sqrt{a^2+b^2}$ va $\max y=\sqrt{a^2+b^2}$ $\Leftrightarrow \frac{\sin x}{a}=\frac{\cos x}{b}\Leftrightarrow \tan x=\frac{a}{b}$

Câu 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất theo $\sin x$ và $\cos x$

A. $\sin^2 x+\cos x-1=0$. **B.** $\sin 2x-\cos x=0$.
C. $2\cos x+3\sin x=1$. **D.** $2\cos x+3\sin 3x=-1$.

Câu 2: Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm:

A. $2\cos x-3=0$. **B.** $3\sin 2x-\sqrt{10}=0$.
C. $\cos^2 x-\cos x-6=0$. **D.** $3\sin x+4\cos x=5$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây vô nghiệm

A. $\sin x=\frac{1}{3}$. **B.** $\sqrt{3}\sin x-\cos x=-3$.
C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$. **D.** $3\sin x-4\cos x=5$.

Câu 4: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $\cos x=\frac{1}{3}$. **B.** $\sqrt{3}\sin x+\cos x=-1$.
C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$. **D.** $3\sin x-4\cos x=6$.

Câu 5: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $2\sin x-\cos x=3$. **B.** $\tan x=1$.
C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$. **D.** $3\sin x-4\cos x=5$.

Câu 6: Phương trình nào sau đây vô nghiệm.

A. $\sin x=\frac{1}{4}$. **B.** $\sqrt{3}\sin x-\cos x=-1$.
C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=4$. **D.** $3\sin x-4\cos x=5$.

Câu 7: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?

A. $\sqrt{3}\sin x=2$ **B.** $\frac{1}{4}\cos 4x=\frac{1}{2}$
C. $2\sin x+3\cos x=1$ **D.** $\cot^2 x-\cot x+5=0$

Câu 8: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$ **B.** $3\sin x-4\cos x=5$
C. $\sin x=\cos\frac{\pi}{4}$ **D.** $\sqrt{3}\sin x-\cos x=-3$

Câu 9: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $\sin x-\cos x=3$ **B.** $\cos x+3\sin x=-1$
C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$ **D.** $2\sin x+3\cos x=1$

Câu 10: Trong các phương trình phương trình nào có nghiệm:.

A. $\sin x+2\cos x=3$. **B.** $\sqrt{2}\sin x+\cos x=2$.
C. $\sqrt{2}\sin x+\cos x=-1$. **D.** $\sqrt{3}\sin x+\cos x=3$.

Câu 11: Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm:

A. $\sin x+\cos x=\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}\sin x+\cos x=1$.

C. $\sqrt{2}\sin x+\cos x=-1$. **D.** $\sqrt{3}\sin x+\cos x=2$.

Câu 12: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm:

A. $\sqrt{3}\sin x=2$. **B.** $\frac{1}{4}\cos 4x=\frac{1}{2}$.

C. $2\sin x+3\cos x=1$. **D.** $\cot^2 x-\cot x+5=0$.

Câu 13: Phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

A. $\cos 3x-\sqrt{3}\sin 3x=2$. **B.** $\cos 3x-\sqrt{3}\sin 3x=-2$.

C. $\sin x=\frac{\pi}{3}$. **D.** $3\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-4\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-5=0$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\cos x+\sin x=1$ là:

A. $x=k2\pi; x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=k\pi; x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi; x=k\pi$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\cos x+\sin x=-1$ là:

A. $x=\pi+k2\pi; x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=\pi+k2\pi; x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

C. $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi; x=k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=k\pi$.

Câu 16: Nghiệm của phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2}$ là:

A. $x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi; x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi; x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$. **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi; x=-\frac{5\pi}{4}+k2\pi$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\sin x-\sqrt{3}\cos x=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 18: Phương trình lượng giác: $\cos x-\sqrt{3}\sin x=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$. B. Vô nghiệm. C. $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$. D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 19: Số nghiệm của phương trình $\sin x+\cos x=1$ trên khoảng $(0;\pi)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 20: Nghiệm của phương trình: $\sin x+\cos x=1$ là :

A. $x=k2\pi$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=2$ là:

A. $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$. **B.** $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$. **C.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$.

Câu 22: Phương trình $\left(\sqrt{3}-1\right)\sin x-\left(\sqrt{3}+1\right)\cos x+\sqrt{3}-1=0$ có các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{9}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{8}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 23: Nghiệm của phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2}$ là

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=-\dfrac{\pi}{12}+k2\pi,x=\dfrac{5\pi}{12}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,x=-\dfrac{5\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x=0$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 25: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình: $\sin x+\cos x=1$.

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 26: Phương trình: $\sqrt{3}.\sin 3x+\cos 3x=-1$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{1}{2}$ **B.** $\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{\pi}{6}$ **C.** $\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{1}{2}$ **D.** $\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$

Câu 27: Phương trình $\dfrac{1}{2}\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x=1$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\dfrac{5}{6}\pi+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{-\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 28: Phương trình $3\cos x+2|\sin x|=2$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 29: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m+1)\sin x+\cos x=\sqrt{5}$ có nghiệm.

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $0\le m\le 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le -3 \end{array}\right.$. **D.** $-\sqrt{2}\le m\le \sqrt{2}$.

Câu 30: Điều kiện để phương trình $m\sin x-3\cos x=5$ có nghiệm là :

A. $m\ge 4$. **B.** $-4\le m\le 4$. **C.** $m\ge \sqrt{34}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m\ge 4 \end{array}\right.$.

Câu 31: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x+\cos x=m$ có nghiệm:

A. $-\sqrt{2}\le m\le \sqrt{2}$. **B.** $m\ge \sqrt{2}$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\le 2$.

Câu 32: Cho phương trình: $\left(m^2+2\right)\cos^2 x-2m\sin 2x+1=0$. Để phương trình có nghiệm thì giá trị thích hợp của tham số m là

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $-\frac{1}{2}\le m\le \frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{4}\le m\le \frac{1}{4}$. **D.** $|m|\ge 1$.

Câu 33: Tìm m để pt $\sin 2x+\cos^2 x=\frac{m}{2}$ có nghiệm là

A. $1-\sqrt{3}\le m\le 1+\sqrt{3}$. **B.** $1-\sqrt{2}\le m\le 1+\sqrt{2}$.

C. $1-\sqrt{5}\le m\le 1+\sqrt{5}$. **D.** $0\le m\le 2$.

Câu 34: Điều kiện có nghiệm của pt $a\sin 5x+b\cos 5x=c$ là

A. $a^2+b^2<c^2$. **B.** $a^2+b^2\le c^2$. **C.** $a^2+b^2\ge c^2$. **D.** $a^2+b^2>c^2$.

Câu 35: Điều kiện để phương trình $m\sin x+8\cos x=10$ vô nghiệm là

A. $m>6$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -6 \\ m\ge 6 \end{array}\right.$. **C.** $m<-6$. **D.** $-6<m<6$.

Câu 36: Điều kiện để phương trình $12\sin x+m\cos x=13$ có nghiệm là

A. $m>5$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m\ge 5 \end{array}\right.$. **C.** $m<-5$. **D.** $-5<m<5$.

Câu 37: Tìm điều kiện để phương trình $m\sin x+12\cos x=-13$ vô nghiệm.

A. $m>5$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m\ge 5 \end{array}\right.$. **C.** $m<-5$. **D.** $-5<m<5$.

Câu 38: Tìm điều kiện để phương trình $6\sin x-m\cos x=10$ vô nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le -8 \\ m\ge 8 \end{array}\right.$. **B.** $m>8$. **C.** $m<-8$. **D.** $-8<m<8$.

Câu 39: Tìm *m* để phương trình $5\cos x-m\sin x=m+1$ có nghiệm

A. $m\le -13$. **B.** $m\le 12$. **C.** $m\le 24$. **D.** $m\ge 24$.

Câu 40: Tìm điều kiện của m để phương trình $3\sin x+m\cos x=5$ vô nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m\ge 4 \end{array}\right.$. **B.** $m>4$. **C.** $m<-4$. **D.** $-4<m<4$.

Câu 41: Điều kiện để phương trình $m.\sin x-3\cos x=5$ có nghiệm là

A. $m\ge 4$. **B.** $-4\le m\le 4$. **C.** $m\ge \sqrt{34}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m\ge 4 \end{array}\right.$.

Câu 42: Tìm m để phương trình $2sinx+mcosx=1-m$ (1) có nghiệm $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $-3\le m\le 1$ **B.** $-2\le m\le 6$ **C.** $1\le m\le 3$ **D.** $-1\le m\le 3$

Câu 43: Tìm m để phương trình $m\sin x+5\cos x=m+1$ có nghiệm.

A. $m \le 12$ **B.** $m \le 6$ **C.** $m \le 24$ **D.** $m \le 3$

Câu 44: Điều kiện để phương trình $m.\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm là :

A. $\left[\begin{array}{l} m \le -4 \\ m \ge 4 \end{array}\right.$. **B.** $m \ge 4$. **C.** $m \ge \sqrt{34}$. **D.** $-4 \le m \le 4$.

Câu 45: Để phương trình $\cos x + \sin x = m$ có nghiệm, ta chọn:

A. $-1 \le m \le 1$. **B.** $0 \le m \le \sqrt{2}$. **C.** m tùy ý. **D.** $-\sqrt{2} \le m \le \sqrt{2}$.

Câu 46: Phương trình $m\cos 2x + \sin 2x = m - 2$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right]$. **B.** $m \in \left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$. **C.** $m \in \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Câu 47: Cho phương trình $4\sin x + (m-1)\cos x = m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có nghiêm:

A. $m < \frac{17}{2}$. **B.** $m \le -\frac{17}{2}$. **C.** $m \ge \frac{17}{2}$. **D.** $m \le \frac{17}{2}$.

Câu 48: Phương trình $3sinx - 4cosx = m$ có nghiệm khi

A. $-5 \le m \le 5$ **A.** $m \ge 5$ hoặc $m \le -5$ **C.** $m \ge 5$ **D.** $m \le -5$

Câu 49: Cho phương trình lượng giác: $3\sin x + (m-1)\cos x = 5$. Định m để phương trình vô nghiệm.

A. $-3 < m < 5$ **B.** $m \ge 5$ **C.** $m \le -3$ hay $m \ge 5$ **D.** $-3 \le m \le 5$

Câu 50: Cho phương trình $m\sin x - \sqrt{1-3m}\cos x = m - 2$. Tìm m để phương trình có nghiệm.

A. $\frac{1}{3} \le m \le 3$ **B.** $m \le \frac{1}{3}$

C. Không có giá trị nào của m **D.** $m \ge 3$

Câu 51: Tìm m để phương trình $2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m$ vô nghiệm.

A. $0 \le m \le \frac{4}{3}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge \frac{4}{3} \end{array}\right.$. **C.** $0 < m < \frac{4}{3}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{array}\right.$.

Câu 52: Tìm m để phương trình $m\sin x + 5\cos x = m + 1$ có nghiệm:

A. $m \le 12$. **B.** $m \le 6$. **C.** $m \le 24$. **D.** $m \le 3$.

Câu 53: Cho phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2m$. Tìm m để phương trình vô nghiệm.

A. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **C.** $[-1; 1]$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VỚI SIN VÀ COSIN

Câu 1: Giải phương trình $5\sin 2x-6\cos^2 x=13$.

A. Vô nghiệm. **B.** $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2: Phương trình $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin 5x$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{\pi}{24}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{18}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{\pi}{9}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3: Phương trình $2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{4\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{5\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 4: Phương trình $\sin 8x-\cos 6x=\sqrt{3}\left(\sin 6x+\cos 8x\right)$ có các họ nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{7}\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{5}+k\pi\\x=\frac{\pi}{7}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{\pi}{9}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.$.

Câu 5: Phương trình: $3\sin 3x+\sqrt{3}\cos 9x=1+4\sin^3 3x$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{9}\\x=\frac{7\pi}{6}+k\frac{2\pi}{9}\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{9}+k\frac{2\pi}{9}\\x=\frac{7\pi}{9}+k\frac{2\pi}{9}\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{2\pi}{9}\\x=\frac{7\pi}{12}+k\frac{2\pi}{9}\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{54}+k\frac{2\pi}{9}\\x=\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{9}\end{array}\right.$

.**Câu 6:** Phương trình $8\cos x=\frac{\sqrt{3}}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{4\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{9}+k\frac{\pi}{2}\\x=\frac{2\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$.

Câu 7: Phương trình $\sin 4x+\cos 7x-\sqrt{3}(\sin 7x-\cos 4x)=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\frac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\frac{\pi}{3}\\x=\frac{5\pi}{66}+k2\frac{\pi}{11}\end{array}\right.(k\in Z)$.

C. $x=\frac{5\pi}{66}+k2\frac{\pi}{11},k\in\mathbb{Z}$.   **D.** khác

Câu 8: Phương trình: $\left(\sin\frac{x}{2}+cos\frac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\text{cosx}=2$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.\left(k\in Z\right)$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in Z\right)$

C. $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Câu 9: Phương trình: $2\sqrt{3}\sin\left(x-\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{8}\right)+2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{3}+1$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{5\pi}{24}+k\pi\end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{5\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{5\pi}{16}+k\pi\end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{5\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{7\pi}{24}+k\pi\end{array}\right.$.

Câu 10: Phương trình: $4\sin x.\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\cos 3x=1$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}\\x=k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\x=k\pi\end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\x=k\frac{\pi}{4}\end{array}\right.$.

Câu 11: Phương trình $2\sqrt{2}\left(\sin x+\cos x\right).\cos x=3+\cos 2x$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$.   **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.   **D.** Vô nghiệm.

Câu 12: Phương trình $2\sqrt{3}\sin\left(x-\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{8}\right)+2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{3}+1$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{5\pi}{24}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{5\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{5\pi}{16}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.   **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{5\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{7\pi}{24}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 13: Giải phương trình $\frac{1}{\sin 2x}+\frac{1}{\cos 2x}=\frac{2}{\sin 4x}$

A. $x=k\pi,\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.   **B.** $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. Vô nghiệm.   **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases}\sin 2x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \sin 4x \neq 0$.

Phương trình đề bài $\Leftrightarrow \sin 2x + \cos 2x = 1$. Suy ra: $\left(\sin 2x + \cos 2x\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \sin 4x = 0$ (loại)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƯA VỀ TÍCH

Câu 1: Phương trình $1+\cos x+\cos^2 x+\cos 3x-\sin^2 x=0$ tương đương với phương trình.

A. $\cos x(\cos x+\cos 3x)=0$. **B.** $\cos x(\cos x-\cos 2x)=0$.

C. $\sin x(\cos x-\cos 2x)=0$. **D.** $\cos x(\cos x+\cos 2x)=0$.

Câu 2: Phương trình $\sin 3x-4\sin x.\cos 2x=0$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+n\pi \end{array}\right.$, $k,n\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+n\pi \end{array}\right.$, $k,n\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{2} \\ x=\pm\frac{\pi}{4}+n\pi \end{array}\right.$, $k,n\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{2\pi}{3} \\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+n\pi \end{array}\right.$, $k,n\in\mathbb{Z}$.

Câu 3: Số nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)$ của phương trình $2\sin 3x\left(1-4\sin^2 x\right)=0$ là:

A. 40. **B.** 34. **C.** 41. **D.** 46.

Câu 4: Nghiệm dương nhỏ nhất của pt $(2\sin x-\cos x)(1+\cos x)=\sin^2 x$ là:

A. $x=\frac{\pi}{6}$ **B.** $x=\frac{5\pi}{6}$ **C.** $x=\pi$ **D.** $x=\frac{\pi}{12}$

Câu 5: [1D1-2] Nghiệm của pt $\cos^2 x-\sin x\cos x=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ **D.** $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi;x=\frac{7\pi}{6}+k\pi$

Câu 6: Nghiệm dương nhỏ nhất của pt $2\sin x+2\sqrt{2}\sin x\cos x=0$ là:

A. $x=\frac{3\pi}{4}$ **B.** $x=\frac{\pi}{4}$ **C.** $x=\frac{\pi}{3}$ **D.** $x=\pi$

Câu 7: Tìm số nghiệm trên khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình :

$2(\sin x+1)(\sin^2 2x-3\sin x+1)=\sin 4x.\cos x$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 8: Giải phương trình $\sin^2 2x+\cos^2 3x=1$.

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=k\frac{2\pi}{5},k\in\mathbb{Z}$

C. $x=\pi+k\pi,k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=k\pi\vee x=k\frac{\pi}{5},k\in\mathbb{Z}$

Câu 9: Phương trình $4\cos x-2\cos 2x-\cos 4x=1$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \\ x=k\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}=k\frac{2\pi}{3} \\ x=k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3} \\ x=k\frac{\pi}{4} \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 10: Phương trình $2\sin x+\cos x-\sin 2x-1=0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k\pi \\ x=k\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=k\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 11: Phương trình $\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x$ tương đương với phương trình

A. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=1 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=-1 \end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 12: Giải phương trình $\sin 2x\left(\cot x+\tan 2x\right)=4\cos^2 x$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 13: Giải phương trình $\cos^3 x-\sin^3 x=\cos 2x$.

A. $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=k\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 14: Giải phương trình $1+\sin x+\cos x+\tan x=0$.

A. $x=\pi+k2\pi, x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\pi+k2\pi, x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pi+k2\pi, x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\pi+k2\pi, x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 15: Một họ nghiệm của phương trình $\cos x.\sin^2 3x-\cos x=0$ là :

A. $-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}$.

C. $k\frac{\pi}{2}$.

D. $k\frac{\pi}{4}$.

Câu 16: Phương trình $2\sin x+\cot x=1+2\sin 2x$ tương đương với phương trình

A. $\left[\begin{array}{l} 2\sin x=-1 \\ \sin x-\cos x-2\sin x\cos x=0 \end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l} 2\sin x=1 \\ \sin x+\cos x-2\sin x\cos x=0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}2\sin x=-1\\ \sin x+\cos x-2\sin x\cos x=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}2\sin x=1\\ \sin x-\cos x-2\sin x\cos x=0\end{array}\right.$.

Câu 17: Giải phương trình $\sin^3 x+\cos^3 x=2\left(\sin^5 x+\cos^5 x\right)$.

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 18: Giải phương trình $\tan x+\tan 2x=-\sin 3x.\cos 2x$

A. $x=\frac{k\pi}{3}, x=\pi+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{k\pi}{3}, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{k\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 19: Cho phương trình $\sin^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\tan^2 x-\cos^2\frac{x}{2}=0$ (*) và $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$ (1), $x=\pi+k2\pi$ (2), $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$ (3), với $k\in\mathbb{Z}$. Các họ nghiệm của phương trình (*) là:

A. (1) và (2). **B.** (1) và (3). **C.** (1), (2) và (3). **D.** (2) và (3).

Câu 20: Phương trình $2\sqrt{3}\sin 5x\cos 3x=\sin 4x+2\sqrt{3}\sin 3x\cos 5x$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{k\pi}{4}, x=\pm\frac{1}{4}\arccos\frac{\sqrt{3}}{12}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{k\pi}{4}, x=\pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{48}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

C. Vô nghiệm. **D.** $x=\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 21: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x+\sin 2x=\cos x+2\cos^2 x$ là :

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất là $x=\frac{\pi}{4}$.

Câu 22: Một nghiệm của phương trình lượng giác: $\sin^2 x+\sin^2 2x+\sin^2 3x=2$ là.

A. $\frac{\pi}{3}$ **B.** $\frac{\pi}{12}$ **C.** $\frac{\pi}{6}$ **D.** $\frac{\pi}{8}$.

Câu 23: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\cos^2 x+\cos x=\sin x+\sin 2x$ là?

A. $x=\frac{\pi}{6}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}$. **D.** $x=\frac{2\pi}{3}$.

Câu 24 Dùng máy tính thử vào phương trình, nghiệm nào thỏa phương trình và có giá trị nhỏ nhất thì nhận.

Câu 25: Phương trình $\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x$ tương đương với phương trình:

A. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-1\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 26: Phương trình $\sin 3x-4\sin x.\cos 2x=0$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+n\pi \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+n\pi \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{2} \\ x=\pm\frac{\pi}{4}+n\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{2\pi}{3} \\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+n\pi \end{array}\right.$.

Câu 27: Phương trình $2\cot 2x-3\cot 3x=\tan 2x$ có nghiệm là:

A. $x=k\frac{\pi}{3}$.   **B.** $x=k\pi$.   **C.** $x=k2\pi$.   **D.** Vô nghiệm.

Câu 28: Phương trình $\cos^4 x-\cos 2x+2\sin^6 x=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.   **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.   **C.** $x=k\pi$.   **D.** $x=k2\pi$.

Câu 29: Phương trình: $4\cos^5 x.\sin x-4\sin^5 x.\cos x=\sin^2 4x$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{4} \\ x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\frac{3\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 30: Phương trình: $(\sin x-\sin 2x)(\sin x+\sin 2x)=\sin^2 3x$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{3} \\ x=k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{6} \\ x=k\frac{\pi}{4} \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{2\pi}{3} \\ x=k\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k3\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 31: Phương trình $\cos x+\sin x=\frac{\cos 2x}{1-\sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{8}+k\pi \\ x=k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=k\pi \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{3\pi}{8}+k\pi \\ x=k\frac{\pi}{4} \end{array}\right.$.

Câu 32: Phương trình $2\sin 3x-\frac{1}{\sin x}=2\cos 3x+\frac{1}{\cos x}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.   **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$.   **C.** $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi$.   **D.** $x=-\frac{3\pi}{4}+k\pi$.

Câu 33: Phương trình $\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{12} \\ x=k\frac{\pi}{4} \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{9} \\ x=k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{6} \\ x=k\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{3} \\ x=k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 34: Phương trình $\frac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}=\sqrt{3}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$.

B. $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$.

C. $x=\frac{2\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$.

D. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi,\ x=\frac{5\pi}{3}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 35: Các nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ của phương trình: $\sqrt{\tan x+\sin x}+\sqrt{\tan x-\sin x}=\sqrt{3\tan x}$ là:

A. $\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8}$. **B.** $\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 36: Phương trình $(2\sin x+1)(3\cos 4x+2\sin x-4)+4\cos^2 x=3$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\\ x=k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\\ x=k\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\frac{4\pi}{3}+k2\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\ x=k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.$.

Câu 37: Phương trình $2\tan x+\cot 2x=2\sin 2x+\frac{1}{\sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{9}+k\pi$.

Câu 38: Phương trình: $5(\sin x+\cos x)+\sin 3x-\cos 3x=2\sqrt{2}(2+\sin 2x)$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 39: Một nghiệm của phương trình $\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{8}$. **B.** $x=\frac{\pi}{12}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}$.

Câu 40: Phương trình: $\sin x.\cos 4x-\sin^2 2x=4\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)-\frac{7}{2}$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 41: Giải phương trình $\sin^2 x+\sin^2 3x=\cos^2 x+\cos^2 3x$

A. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4},\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4},\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 42: Phương trình: $\sin^{12}x+\cos^{12}x=2(\sin^{14}x+\cos^{14}x)+\dfrac{3}{2}\cos 2x$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 43: Giải phương trình $4\cot 2x=\dfrac{\cos^2x-\sin^2x}{\cos^6x+\sin^6x}$.

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}$.

Câu 44: Giải phương trình $8\cot 2x=\dfrac{\left(\cos^2x-\sin^2x\right).\sin 2x}{\cos^6x+\sin^6x}$.

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}$.

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC KHÔNG THƯỜNG GẶP

Câu 1: Giải phương trình $(\tan x+\cot x)^2-\tan x-\cot x=2$.

A. Cả 3 đáp án. **B.** $x=\frac{\pm\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2: Giải phương trình $\frac{\sin^{10}x+\cos^{10}x}{4}=\frac{\sin^6x+\cos^6x}{4\cos^2 2x+\sin^2 2x}$.

A. $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3: Cho phương trình: $4\cos^2x+\cot^2x+6=2(2\cos x-\cot x)$. Hỏi có bao nhiều nghiệm x thuộc vào khoảng $(0;2\pi)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 4: Cho phương trình: $4\cos^2x+\cot^2x+6=2\sqrt{3}(2\cos x-\cot x)$. Hỏi có bao nhiều nghiệm x thuộc vào khoảng $(0;2\pi)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** đáp số khác.

Câu 5: Phương trình: $\sin 3x(\cos x-2\sin 3x)+\cos 3x(1+\sin x-2\cos 3x)=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 6: Giải phương trình $cos\frac{4x}{3}=cos^2x$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=k3\pi\\ x=\pm\frac{\pi}{4}+k3\pi\\ x=\pm\frac{5\pi}{4}+k3\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\pm\frac{5\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=k3\pi\\ x=\pm\frac{\pi}{4}+k3\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=k3\pi\\ x=\pm\frac{5\pi}{4}+k3\pi\end{array}\right.$

.

Câu 7: Giải phương trình $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}+\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$ với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $x=\frac{\pi}{12}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}$.

Câu 8: Để phương trình: $2^{\sin^2x}+2^{\cos^2x}=m$ có nghiệm, thì các giá trị cần tìm của tham số m là:

A. $1\le m\le\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}\le m\le 2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}\le m\le 3$. **D.** $3\le m\le 4$.

PHẦN II: HƯỚNG DẪN GIẢI

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VỚI SIN VÀ COSIN

Có dạng: a sin$x$ + b cos$x$ = c (1)

Cách 1:

- Chia hai vế phương trình cho $\sqrt{a^2+b^2}$ ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

- Đặt: $\sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $\left(\alpha \in [0, 2\pi]\right)$

  phương trình trở thành: $\sin\alpha.\sin x + \cos\alpha.\cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$$\Leftrightarrow \cos(x-\alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\beta \quad (2)$$

- Điều kiện để phương trình có nghiệm là:

$$\left|\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right| \le 1 \Leftrightarrow a^2+b^2 \ge c^2.$$

- (2) $\Leftrightarrow x = \alpha \pm \beta + k2\pi \quad (k \in Z)$

Lưu ý:

- $\sin x \pm \sqrt{3}\cos x = 2\left[\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right] = 2\sin(x - \frac{\pi}{3})$
- $\sqrt{3}\sin x \pm \cos x = 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \pm \frac{1}{2}\cos x\right] = 2\sin(x \pm \frac{\pi}{6})$
- $\sin x \pm \cos x = \sqrt{2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right] = \sqrt{2}\sin(x \pm \frac{\pi}{4})$.

Cách 2:

a) Xét $x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ có là nghiệm hay không?

b) Xét $x \ne \pi + k2\pi \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2} \ne 0$.

Đặt: $t = \tan\frac{x}{2}$, thay $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, ta được phương trình bậc hai theo t:

$$(b+c)t^2 - 2at + c - b = 0 \quad (3)$$

Vì $x \ne \pi + k2\pi \Leftrightarrow b + c \ne 0$, nên (3) có nghiệm khi:

$$\Delta' = a^2 - (c^2 - b^2) \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge c^2.$$

Giải (3), với mỗi nghiệm t_0, ta có phương trình: $\tan\frac{x}{2} = t_0$.

Ghi chú:

1) Cách 2 thường dùng để giải và biện luận.

2) Cho dù cách 1 hay cách 2 thì điều kiện để phương trình có nghiệm: $a^2+b^2\ge c^2$.

3) Bất đẳng thức B. C. S:

$|y|=|a.\sin x+b.\cos x|\le\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x}=\sqrt{a^2+b^2}$

$\Leftrightarrow \min y=-\sqrt{a^2+b^2}$ và $\max y=\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow\dfrac{\sin x}{a}=\dfrac{\cos x}{b}\Leftrightarrow\tan x=\dfrac{a}{b}$

Câu 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất theo $\sin x$ và $\cos x$

A. $\sin^2 x+\cos x-1=0$. **B.** $\sin 2x-\cos x=0$.

C. $2\cos x+3\sin x=1$. **D.** $2\cos x+3\sin 3x=-1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình $a\sin x+b\cos x=c$ (1) trong đó $a,b,c\in\mathbb{R}$ và $a^2+b^2\ne 0$ được gọi là phương trình bậc nhất đối với $\sin x$, $\cos x$.

Câu 2: Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm:

A. $2\cos x-3=0$. **B.** $3\sin 2x-\sqrt{10}=0$.

C. $\cos^2 x-\cos x-6=0$. **D.** $3\sin x+4\cos x=5$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Câu D: $3\sin x+4\cos x=5$, đây là phương trình bậc nhất theo $\sin x$ và $\cos x$.

Phương trình trên có nghiệm vì $3^2+4^2=25\ge 5^2$.

Câu A: $2\cos x-3=0\Leftrightarrow\cos x=\dfrac{3}{2}>1\Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Câu B: $\sin 2x=\dfrac{\sqrt{10}}{3}>1\Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Câu C: $\cos^2 x-\cos x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=3>1\\ \cos x=-2<-1\end{array}\right.\Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Câu 3: Phương trình nào sau đây vô nghiệm

A. $\sin x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\sqrt{3}\sin x-\cos x=-3$.

C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$. **D.** $3\sin x-4\cos x=5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

PT $\sqrt{3}\sin x-\cos x=-3$ vô nghiệm vì không thoả ĐK $a^2+b^2\ge c^2$

Câu 4: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $\cos x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\sqrt{3}\sin x+\cos x=-1$.

C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$. **D.** $3\sin x-4\cos x=6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu A có nghiệm vì $\dfrac{1}{3}<1$

Câu B có nghiệm vì $a^2+b^2=3+1=4>(-1)^2$

Câu C có nghiệm vì $a^2+b^2=3+1=4=(2)^2$.

Câu D vô nghiệm vì $a^2+b^2=3^2+4^2=25<6^2$.

Câu 5: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $2\sin x-\cos x=3$. **B.** $\tan x=1$.

C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$. **D.** $3\sin x-4\cos x=5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu A vô nghiệm vì $a^2+b^2=2^2+1^2=5<3^2$.

Câu 6: Phương trình nào sau đây vô nghiệm.

A. $\sin x=\frac{1}{4}$. **B.** $\sqrt{3}\sin x-\cos x=-1$.

C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=4$. **D.** $3\sin x-4\cos x=5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu A có nghiệm vì $\frac{1}{4}<1$

Câu B có nghiệm vì $a^2+b^2=3+1=4>(-1)^2$

Câu C vô nghiệm vì $a^2+b^2=3+1=4<(4)^2$.

Câu D có nghiệm vì $a^2+b^2=3^2+4^2=25=5^2$.

Câu 7: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?

A. $\sqrt{3}\sin x=2$ **B.** $\frac{1}{4}\cos 4x=\frac{1}{2}$

C. $2\sin x+3\cos x=1$ **D.** $\cot^2 x-\cot x+5=0$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Phương trình $\sqrt{3}\sin x=2\Leftrightarrow \sin x=\frac{2}{\sqrt{3}}$, mà $\frac{2}{\sqrt{3}}>1$ nên phương trình vô nghiệm.

Phương trình $\frac{1}{4}\cos 4x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \cos 4x=2$ nên phương trình vô nghiệm.

Phương trình $2\sin x+3\cos x=1$ có $2^2+3^3>1$ nên phương trình **có** nghiệm.

Phương trình $\cot^2 x-\cot x+5=0\Leftrightarrow\left(\cot t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{19}{4}>0$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 8: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$ **B.** $3\sin x-4\cos x=5$

C. $\sin x=\cos\frac{\pi}{4}$ **D.** $\sqrt{3}\sin x-\cos x=-3$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $\left(\sqrt{3}\right)^2+(-1)^2=4<(-3)^2$ nên phương trình $\sqrt{3}\sin x-\cos x=-3$ vô nghiệm.

Câu 9: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $\sin x-\cos x=3$ **B.** $\cos x+3\sin x=-1$

C. $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$ **D.** $2\sin x+3\cos x=1$

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

$\sin x - \cos x \le (1^2 + (-1)^2)(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2 < 3$ nên phương trình vô nghiệm

$cosx + 3sinx \le (1^2 + 3^2)(\sin^2 x + \cos^2 x) = 10 > -1$ nên phương trình có nghiệm

$\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x \le ((\sqrt{3})^2 + (-1)^2)(\sin^2 x + \cos^2 x) = 10 > 2$ nên phương trình có nghiệm

$2sinx + 3cosx \le (2^2 + 3^2)(\sin^2 x + \cos^2 x) = 13 > 1$ nên phương trình có nghiệm

Câu 10: Trong các phương trình phương trình nào có nghiệm:.

A. $\sin x + 2\cos x = 3$. **B.** $\sqrt{2}\sin x + \cos x = 2$.

C. $\sqrt{2}\sin x + \cos x = -1$. **D.** $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Lần lượt thử các đáp án.

$\sin x + 2\cos x = 3$ vô nghiệm vì $1^2 + 2^2 < 3^2$ nên loại đáp án **A.**

$\sqrt{2}\sin x + \cos x = 2$ vô nghiệm vì $\left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 < 2^2$ nên loại đáp án **B.**

$\sqrt{2}\sin x + \cos x = -1$ có nghiệm vì $\left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 > (-1)^2$. Vậy chọn C

Câu 11: Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm:

A. $\sin x + \cos x = \sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}\sin x + \cos x = 1$.

C. $\sqrt{2}\sin x + \cos x = -1$. **D.** $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Lần lượt thử các đáp án.

$\sin x + \cos x = \sqrt{3}$ vô nghiệm vì $1^2 + 1^2 < 3^2$ nên chọn đáp án **A.**

Câu 12: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm:

A. $\sqrt{3}\sin x = 2$. **B.** $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{2}$.

C. $2\sin x + 3\cos x = 1$. **D.** $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

Câu C: $2\sin x + 3\cos x = 1$ là phương trình bậc nhất theo $\sin x$ và $\cos x$, phương trình có nghiệm khi $2^2 + 3^2 > 1^2$ (đúng).

Câu A: $\sqrt{3}\sin x = 2 \Leftrightarrow \sin x = \frac{2}{\sqrt{3}} > 1 \Rightarrow$ PTVN.

Câu B: $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos 4x = 2 > 1 \Rightarrow$ PTVN.

Câu D: $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$ vô nghiệm do $\Delta = -19 < 0$.

Câu 13: Phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

A. $\cos 3x - \sqrt{3}\sin 3x = 2$. **B.** $\cos 3x - \sqrt{3}\sin 3x = -2$.

C. $\sin x = \frac{\pi}{3}$. **D.** $3\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 4\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Các phương trình ở đáp án A, B, D để có dạng $A\cos ax + B\sin ax = C$ và $A^2 + B^2 \geq C^2$ nên các phương trình này đều có nghiệm.

Phương trình ở đáp án C có dạng $\sin x = m$ với $m = \frac{\pi}{3} = \frac{3{,}14}{3} > 1$ nên phương trình này vô nghiệm.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = 1$ là:

A. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x = k\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\cos x + \sin x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = -1$ là:

A. $x = \pi + k2\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi; x = k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\cos x + \sin x = -1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 16: Nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi$.

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}.\sin x + \sin\frac{\pi}{3}.\cos x = \sin\frac{\pi}{4}$$

$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\sin x-\sqrt{3}\cos x=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $\sin x-\sqrt{3}\cos x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=0 \Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=0$

$\Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}=k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Câu 18: Phương trình lượng giác: $\cos x-\sqrt{3}\sin x=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$. B. Vô nghiệm. C. $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$. D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\cos x-\sqrt{3}\sin x=0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x=0 \Leftrightarrow \sin(x-\frac{\pi}{6})=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 19: Số nghiệm của phương trình $\sin x+\cos x=1$ trên khoảng $\left(0;\pi\right)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\sin x+\cos x=1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right. ,\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Trên khoảng $\left(0;\pi\right)$ phương trình có 1 nghiệm là $x=\frac{\pi}{2}$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình: $\sin x+\cos x=1$ là :

A. $x=k2\pi$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\sin x+\cos x=1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=2$ là:

A. $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$. **B.** $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$. **C.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\sin x+\sqrt{3}\cos x=2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=1$

$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \quad ,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 22: Phương trình $\left(\sqrt{3}-1\right)\sin x-\left(\sqrt{3}+1\right)\cos x+\sqrt{3}-1=0$ có các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. ,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. ,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{9}+k2\pi \end{array}\right. ,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{8}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right. ,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\tan\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$. Chia hai vế PT cho $\sqrt{3}-1$ được

PT: $\sin x-\tan\frac{5\pi}{12}.\cos x+1=0 \Leftrightarrow \sin x.\cos\frac{5\pi}{12}-\cos x.\sin\frac{5\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}=0 \Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{5\pi}{12}\right)=-\cos\frac{5\pi}{12}$

$\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{5\pi}{12}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\frac{5\pi}{12}=-\frac{\pi}{12}+k2\pi \\ x-\frac{5\pi}{12}=\pi+\frac{\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{3\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$

Câu 23: Nghiệm của phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2}$ là

A. $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi, x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi, x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, x=-\frac{5\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Chia hai vế PT cho 2 ta được $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{4}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{3}=\pi-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Chia hai vế PT cho 2 ta được $\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x=0 \Leftrightarrow \sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=0 \Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{3}=k\pi \Leftrightarrow$ $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\ \ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 25: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình: $\sin x+\cos x=1$.

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Phương trình đã cho tương đương với $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{4}=\pi-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 26: Phương trình: $\sqrt{3}.\sin 3x+\cos 3x=-1$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $\sin\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$ **B.** $\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\pi}{6}$ **C.** $\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$ **D.** $\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\sqrt{3}\sin 3x+\cos 3x=-1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 3x+\frac{1}{2}\cos 3x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$

Câu 27: Phương trình $\frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{5}{6}\pi+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{-\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=1\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1$

$\Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 28: Phương trình $3\cos x+2|\sin x|=2$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$3\cos x+2|\sin x|=2\Leftrightarrow 2|\sin x|=2-3\cos x$

$\Leftrightarrow\begin{cases}4\sin^2 x=4-12\cos x+9\cos^2 x\\ \cos x\le\frac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4\left(1-\cos^2 x\right)=4-12\cos x+9\cos^2 x\\ \cos x\le\frac{2}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}13\cos^2 x-12\cos x=0\\ \cos x\le\frac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=\frac{12}{13}(\text{L})\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 29: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m+1)\sin x+\cos x=\sqrt{5}$ có nghiệm.

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $0\le m\le 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le -3\end{array}\right.$. **D.** $-\sqrt{2}\le m\le\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi :

$a^2+b^2\ge c^2\Leftrightarrow (m+1)^2+1\ge 5\Leftrightarrow (m+1)^2\ge 4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+1\ge 2\\ m+1\le -2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le -3\end{array}\right.$.

Câu 30: Điều kiện để phương trình $m\sin x-3\cos x=5$ có nghiệm là :

A. $m\ge 4$. **B.** $-4\le m\le 4$. **C.** $m\ge\sqrt{34}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\le -4\\ m\ge 4\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi :

$a^2+b^2\ge c^2\Leftrightarrow m^2+9\ge 25\Leftrightarrow m^2\ge 16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 4\\ m\le -4\end{array}\right.$.

Câu 31: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x+\cos x=m$ có nghiệm:

A. $-\sqrt{2}\le m\le\sqrt{2}$. **B.** $m\ge\sqrt{2}$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\le 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $a^2+b^2\ge c^2\Leftrightarrow 1+1\ge m^2\Leftrightarrow m^2\le 2\Leftrightarrow -\sqrt{2}\le m\le\sqrt{2}$.

Câu 32: Cho phương trình: $\left(m^2+2\right)\cos^2 x-2m\sin 2x+1=0$. Để phương trình có nghiệm thì giá trị thích hợp của tham số m là

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $-\frac{1}{2}\le m\le \frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{4}\le m\le \frac{1}{4}$. **D.** $|m|\ge 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Cách 1 (Chuyển PT về dạng $a\sin x+b\cos x=c$)

Áp dụng công thức hạ bậc cho $\cos^2 x$, PT trở thành $\left(m^2+2\right)+\left(m^2+2\right)\cos 2x-4m\sin 2x+2=0 \Leftrightarrow$ $4m\sin 2x-\left(m^2+2\right)\cos 2x=m^2+4$

ĐK PT có nghiệm $(4m)^2+\left(m^2+2\right)^2\ge\left(m^2+4\right)^2 \Leftrightarrow m^2\ge 1 \Leftrightarrow |m|\ge 1$

Cách 2 (Chuyển PT về dạng bậc hai theo một HSLG)

Ta có $\cos x=0$ không là nghiệm PT. Chia hai vế PT cho $\cos^2 x$ ta được

$m^2+2-4m\tan x+1+\tan^2 x=0 \Leftrightarrow \tan^2 x-4m\tan x+m^2+3=0$

PT có nghiệm khi $\Delta'\ge 0 \Leftrightarrow 4m^2-m^2-3\ge 0 \Leftrightarrow m^2\ge 1 \Leftrightarrow |m|\ge 1$

Câu 33: Tìm m để pt $\sin 2x+\cos^2 x=\frac{m}{2}$ có nghiệm là

A. $1-\sqrt{3}\le m\le 1+\sqrt{3}$. **B.** $1-\sqrt{2}\le m\le 1+\sqrt{2}$.

C. $1-\sqrt{5}\le m\le 1+\sqrt{5}$. **D.** $0\le m\le 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Áp dụng CT hạ bậc ta được $\sin 2x+\frac{1+\cos 2x}{2}=\frac{m}{2} \Leftrightarrow 2\sin 2x+\cos 2x=m-1$

ĐK PT có nghiệm là $2^2+1^2\ge(m-1)^2 \Leftrightarrow |m-1|\le\sqrt{5} \Leftrightarrow 1-\sqrt{5}\le m\le 1+\sqrt{5}$

Câu 34: Điều kiện có nghiệm của pt $a\sin 5x+b\cos 5x=c$ là

A. $a^2+b^2<c^2$. **B.** $a^2+b^2\le c^2$. **C.** $a^2+b^2\ge c^2$. **D.** $a^2+b^2>c^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

ĐK PT có nghiệm là $a^2+b^2\ge c^2$

Câu 35: Điều kiện để phương trình $m\sin x+8\cos x=10$ vô nghiệm là

A. $m>6$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -6 \\ m\ge 6 \end{array}\right.$. **C.** $m<-6$. **D.** $-6<m<6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $a=m; b=8; c=10$.

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow a^2+b^2<c^2 \Leftrightarrow m^2+64<100$.

$\Leftrightarrow m^2<36 \Leftrightarrow -6<m<6$.

Câu 36: Điều kiện để phương trình $12\sin x+m\cos x=13$ có nghiệm là

A. $m>5$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m\ge 5 \end{array}\right.$. **C.** $m<-5$. **D.** $-5<m<5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $a=12; b=m; c=13$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow a^2+b^2\ge c^2 \Leftrightarrow 12^2+m^2\ge 13^2$.

$\Leftrightarrow m^2 \geq 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -5 \\ m \geq 5 \end{array}\right.$.

Câu 37: Tìm điều kiện để phương trình $m\sin x + 12\cos x = -13$ vô nghiệm.

A. $m > 5$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \leq -5 \\ m \geq 5 \end{array}\right.$. **C.** $m < -5$. **D.** $-5 < m < 5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $a = m; b = 12; c = -13$.

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 < c^2 \Leftrightarrow m^2 + 144 < 169$.

$\Leftrightarrow m^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < m < 5$.

Câu 38: Tìm điều kiện để phương trình $6\sin x - m\cos x = 10$ vô nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m \leq -8 \\ m \geq 8 \end{array}\right.$. **B.** $m > 8$. **C.** $m < -8$. **D.** $-8 < m < 8$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $a = 6; b = -m; c = 10$.

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 < c^2 \Leftrightarrow 6^2 + m^2 < 10^2$.

$\Leftrightarrow m^2 < 64 \Leftrightarrow -8 < m < 8$.

Câu 39: Tìm *m* để phương trình $5\cos x - m\sin x = m + 1$ có nghiệm

A. $m \leq -13$. **B.** $m \leq 12$. **C.** $m \leq 24$. **D.** $m \geq 24$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $a = 5; b = -m; c = m + 1$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2 \Leftrightarrow 5^2 + m^2 \geq (m+1)^2$.

$\Leftrightarrow 25 + m^2 \geq m^2 + 2m + 1 \Leftrightarrow 24 \geq 2m \Leftrightarrow m \leq 12$

Câu 40: Tìm điều kiện của m để phương trình $3\sin x + m\cos x = 5$ vô nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$. **B.** $m > 4$. **C.** $m < -4$. **D.** $-4 < m < 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi $3^2 + m^2 < 5^2 \Leftrightarrow -4 < m < 4$

Câu 41: Điều kiện để phương trình $m.\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm là

A. $m \geq 4$. **B.** $-4 \leq m \leq 4$. **C.** $m \geq \sqrt{34}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $m.\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm $\Leftrightarrow m^2 + (-3)^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$

Câu 42: Tìm m để phương trình $2sinx + mcosx = 1 - m$ (1) có nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $-3 \leq m \leq 1$ **B.** $-2 \leq m \leq 6$ **C.** $1 \leq m \leq 3$ **D.** $-1 \leq m \leq 3$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$m(1+cosx)=1-2\sin x$

Vì: $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ nên $1+cosx>0$ do đó:

$m=\frac{1-2\sin x}{1+cosx}\Leftrightarrow m=\frac{1-4\sin\frac{x}{2}cos\frac{x}{2}}{2cos^2x}\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}(\tan^2\frac{x}{2}+1)-2\tan\frac{x}{2}$

$\Leftrightarrow 2m=\tan^2\frac{x}{2}-4\tan\frac{x}{2}+1$

Cách 1: $2m=\tan^2\frac{x}{2}-4\tan\frac{x}{2}+1\Leftrightarrow 2m=(2-\tan\frac{x}{2})^2-3$

Vì $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ nên $-1\le\tan\frac{x}{2}\le 1\Leftrightarrow 1\le 2-\tan\frac{x}{2}\le 3\Leftrightarrow 1\le(2-\tan\frac{x}{2})^2\le 9\Leftrightarrow -2\le(2-\tan\frac{x}{2})^2-3\le 6$

Vậy: $-2\le 2m\le 6\Leftrightarrow -1\le m\le 3$

Cách 2:

Đặt: $t=\tan\frac{x}{2}$ ta có $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ thì $t\in[-1;1]$ khi đó ta có: $2m=t^2-4t+1$ với $t\in[-1;1]$

$P(t)=t^2-4t+1\ (P)$

Do (P) là parabol có hệ số $a>0$ và đỉnh $I(2;-3)$ nên (P) đi xuông trên $[-1;1]$ do đó đường thẳng $y=2m$ cắt (P) với $t\in[-1;1]$ khi: $P(-1)\le 2m\le P(1)\Leftrightarrow -2\le 2m\le 6\Leftrightarrow -1\le m\le 3$

Câu 43: Tìm m để phương trình $m\sin x+5\cos x=m+1$ có nghiệm.

A. $m\le 12$ **B.** $m\le 6$ **C.** $m\le 24$ **D.** $m\le 3$

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Phương trình: $m\sin x+5\cos x=m+1$ là phương trình dạng $a\sin x+b\cos x=c$ với $a=m,b=5,c=m+1$

Nên phương trình có nghiệm khi:

$a^2+b^2\ge c^2\Leftrightarrow m^2+5^2\ge(m+1)^2\Leftrightarrow m\le 12$

Câu 44: Điều kiện để phương trình $m.\sin x-3\cos x=5$ có nghiệm là :

A. $\left[\begin{array}{l}m\le -4\\ m\ge 4\end{array}\right.$. **B.** $m\ge 4$. **C.** $m\ge\sqrt{34}$. **D.** $-4\le m\le 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$m.\sin x-3\cos x=5$ có nghiệm $\Leftrightarrow m^2+(-3)^2\ge 5^2\Leftrightarrow m^2-16\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -4\\ m\ge 4\end{array}\right.$

Câu 45: Để phương trình $\cos x+\sin x=m$ có nghiệm, ta chọn:

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $0\le m\le\sqrt{2}$. **C.** m tùy ý. **D.** $-\sqrt{2}\le m\le\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $\cos x+\sin x=m$ có nghiệm $\Leftrightarrow 1^2+1^2\ge m^2\Leftrightarrow m^2-2\le 0\Leftrightarrow m\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

Câu 46: Phương trình $m\cos 2x+\sin 2x=m-2$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\in\left(-\infty;\frac{3}{4}\right]$. **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{4}{3}\right]$. **C.** $m\in\left[\frac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left[\frac{3}{4};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $m\cos 2x+\sin 2x=m-2$ có nghiệm $\Leftrightarrow m^2+1^2\ge (m-2)^2$

$\Leftrightarrow m^2+1\ge m^2-4m+4 \Leftrightarrow 4m\ge 3 \Leftrightarrow m\ge \frac{3}{4}$. Vậy $m\in\left[\frac{3}{4};+\infty\right)$

Câu 47: Cho phương trình $4\sin x+(m-1)\cos x=m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có nghiệm:

A. $m<\frac{17}{2}$. **B.** $m\le -\frac{17}{2}$. **C.** $m\ge\frac{17}{2}$. **D.** $m\le\frac{17}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Để phương trình có nghiệm thì :

$4^2+(m-1)^2\ge m^2$

$\Leftrightarrow 16+m^2-2m+1\ge m^2$

$\Leftrightarrow 17-2m\ge 0$

$\Leftrightarrow m\le\frac{17}{2}$

Câu 48: Phương trình $3sinx-4cosx=m$ có nghiệm khi

A. $-5\le m\le 5$ **A.** $m\ge 5$ hoặc $m\le -5$ **C.** $m\ge 5$ **D.** $m\le -5$

Hướng dẫn giải::

Chọn A

Ta có: $a=3,b=-4,c=m$. Phương trình $3sinx-4cosx=m$ có nghiệm khi và chỉ khi:

$3^2+(-4)^2\ge m^2 \Leftrightarrow m^2\le 25 \Leftrightarrow -5\le m\le -5$

Câu 49: Cho phương trình lượng giác: $3\sin x+(m-1)\cos x=5$. Định m để phương trình vô nghiệm.

A. $-3<m<5$ **B.** $m\ge 5$ **C.** $m\le -3$ hay $m\ge 5$ **D.** $-3\le m\le 5$

Hướng dẫn giải::

Chọn A

Ta có: phương trình $3\sin x+(m-1)\cos x=5$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

$3^2+(m-1)^2<5^2 \Leftrightarrow m^2-2m-15<0 \Leftrightarrow -3<x<5$

Câu 50: Cho phương trình $m\sin x-\sqrt{1-3m}\cos x=m-2$. Tìm m để phương trình có nghiệm.

A. $\frac{1}{3}\le m\le 3$ **B.** $m\le\frac{1}{3}$

C. Không có giá trị nào của m **D.** $m\ge 3$

Hướng dẫn giải::

Chọn C

Ta có: phương trình $m\sin x-\sqrt{1-3m}\cos x=m-2$ có nghiệm khi và chỉ khi:

$\begin{cases} m^2+\left(-\sqrt{1-3m}\right)^2\ge (m-2)^2 \\ m\le\frac{1}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m\le\frac{1}{3}\end{cases} (!)$. Vậy không có giá trị m thỏa ycbt

Câu 51: Tìm m để phương trình $2\sin^2 x+m\sin 2x=2m$ vô nghiệm.

A. $0 \le m \le \frac{4}{3}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge \frac{4}{3} \end{array}\right.$. **C.** $0 < m < \frac{4}{3}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m$

$\Leftrightarrow 1 - \cos 2x + m\sin 2x = 2m \Leftrightarrow m\sin 2x - \cos 2x = 2m - 1$

Phương trình vô nghiệm khi $m^2 + 1^2 < (2m-1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \frac{4}{3} \\ m < 0 \end{array}\right.$

Câu 52: Tìm m để phương trình $m\sin x + 5\cos x = m + 1$ có nghiệm:

A. $m \le 12$. **B.** $m \le 6$. **C.** $m \le 24$. **D.** $m \le 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Để phương trình $m\sin x + 5\cos x = m + 1$ có nghiệm

$m^2 + 5^2 \ge (m+1)^2 \Leftrightarrow 2m - 24 \le 0 \Leftrightarrow m \le 12$.

Câu 53: Cho phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2m$. Tìm m để phương trình vô nghiệm.

A. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **C.** $[-1; 1]$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Để phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2m$ có nghiệm khi $a^2 + b^2 < c^2$

$\Leftrightarrow 1 + 3 < 4m^2 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VỚI SIN VÀ COSIN

Câu 1: Giải phương trình $5\sin 2x-6\cos^2 x=13$.

A. Vô nghiệm. **B.** $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Lưu ý đối với câu này ta có thể dùng phương pháp thử phương án.

Ta có $5\sin 2x-6\cos^2 x=13\Leftrightarrow 5\sin 2x-3\cos 2x=16$ (vô nghiệm) do $5^2+(-3)^2<16^2$.

Câu 2: Phương trình $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin 5x$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{24}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{18}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{9}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Chia hai vế PT cho $\sqrt{2}$ được $\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x=\sin 5x\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin 5x\Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} 5x=x+\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ 5x=\pi-x-\frac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 3: Phương trình $2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{4\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{5\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3\Leftrightarrow 1-\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=3\Leftrightarrow\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$

$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=1\Leftrightarrow\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=1\Leftrightarrow\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=1$

$\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Câu 4: Phương trình $\sin 8x-\cos 6x=\sqrt{3}\left(\sin 6x+\cos 8x\right)$ có các họ nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{7} \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{5}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{7}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{9}+k\frac{\pi}{3} \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\sin 8x-\cos 6x=\sqrt{3}\left(\sin 6x+\cos 8x\right)\Leftrightarrow \sin 8x-\sqrt{3}\cos 8x=\sqrt{3}\sin 6x+\cos 6x$.

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 8x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 8x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 6x+\frac{1}{2}\cos 6x\Leftrightarrow \sin\left(8x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(6x+\frac{\pi}{6}\right)$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 8x-\frac{\pi}{3}=6x+\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 8x-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}-6x+k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{7} \end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 5: Phương trình: $3\sin 3x+\sqrt{3}\cos 9x=1+4\sin^3 3x$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{9} \\ x=\frac{7\pi}{6}+k\frac{2\pi}{9} \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{9}+k\frac{2\pi}{9} \\ x=\frac{7\pi}{9}+k\frac{2\pi}{9} \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{2\pi}{9} \\ x=\frac{7\pi}{12}+k\frac{2\pi}{9} \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{54}+k\frac{2\pi}{9} \\ x=\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{9} \end{array}\right.$

.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$3\sin 3x+\sqrt{3}\cos 9x=1+4\sin^3 3x\Leftrightarrow 3\sin 3x-4\sin^3 3x+\sqrt{3}\cos 9x=1$.

$\Leftrightarrow \sin 9x+\sqrt{3}\cos 9x=1\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 9x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 9x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \sin\left(9x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{6}$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 9x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 9x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 9x=-\frac{\pi}{54}+\frac{k2\pi}{9} \\ 9x=\frac{\pi}{18}+\frac{k2\pi}{9} \end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 6: Phương trình $8\cos x=\frac{\sqrt{3}}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{4\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{9}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{2\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Điều kiện: $\sin x.\cos x\neq 0\Leftrightarrow \sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{m\pi}{2},m\in\mathbb{Z}$ (1). Phương trình đã cho tương đương:

$8\cos x=\frac{\sqrt{3}\cos x+\sin x}{\frac{1}{2}\sin 2x}\Leftrightarrow 4\sin 2x.\cos x=\sqrt{3}\cos x+\sin x$

$\Leftrightarrow 2\left(\sin x+\sin 3x\right)=\sqrt{3}\cos x+\sin x\Leftrightarrow 2\sin 3x=\sqrt{3}\cos x-\sin x$

$\Leftrightarrow \sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\frac{\pi}{3}.\cos x - \cos\frac{\pi}{3}.\sin x$

$\Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = \frac{\pi}{3} - x + k2\pi \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{3} + x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Kết hợp với điều kiện (1), nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng CACL của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …).

Kiểm tra giá trị $x = \frac{\pi}{16}$ của đáp án A, $x = \frac{\pi}{8}$ của đáp án C, $x = \frac{\pi}{9}$ của đáp án C đều không thỏa phương trình (*chú ý chỉ lấy một giá trị của họ nghiệm để thử cho đơn giản, các giá trị lấy ra không thuộc họ nghiệm của đáp án khác*); kiểm tra giá trị $x = \frac{\pi}{12}$ của đáp án B thỏa phương trình.

Câu 7: Phương trình $\sin 4x + \cos 7x - \sqrt{3}(\sin 7x - \cos 4x) = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{66} + k2\frac{\pi}{11} \end{array}\right. (k \in Z)$.

C. $x = \frac{5\pi}{66} + k2\frac{\pi}{11}, k \in \mathbb{Z}$.

D. khác

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin 4x + \cos 7x - \sqrt{3}(\sin 7x - \cos 4x) = 0 \Leftrightarrow \sin 4x + \sqrt{3}\cos 4x = \sqrt{3}\sin 7x - \cos 7x$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 4x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 7x - \frac{1}{2}\cos 7x \Leftrightarrow \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(7x - \frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x + \frac{\pi}{3} = 7x - \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{3} = \pi - \left(7x - \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 11x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} - \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{66} + \frac{k2\pi}{11} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Câu 8: Phương trình: $\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3}\cos x = 2$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. (k \in Z)$

B. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in Z)$

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\text{cosx}=2\Leftrightarrow \sin^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}+\sqrt{3}\text{cosx}=2$

$\Leftrightarrow 1+\text{sinx}+\sqrt{3}\text{cosx}=2\Leftrightarrow \text{sinx}+\sqrt{3}\text{cosx}=1$

$\frac{1}{2}\text{sinx}+\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cosx}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{6}\text{sinx}+\cos\frac{\pi}{6}\text{cosx}=\frac{1}{2}$

$\cos(x-\frac{\pi}{6})=\cos\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 9: Phương trình: $2\sqrt{3}\sin\left(x-\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{8}\right)+2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{3}+1$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{8}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{24}+k\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{16}+k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{8}+k\pi \\ x=\frac{7\pi}{24}+k\pi \end{array}\right.$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn B

$2\sqrt{3}\sin\left(x-\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{8}\right)+2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{3}+1\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1=\sqrt{3}+1$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{2}\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{3}.\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\frac{\pi}{3}.\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{6}.$

$\Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{6}.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\frac{7\pi}{12}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2x-\frac{7\pi}{12}=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{8}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 10: Phương trình: $4\sin x.\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\cos 3x=1$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3} \\ x=k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=k\frac{\pi}{3} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=k\frac{\pi}{4} \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$4\sin x.\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\cos 3x=1\Leftrightarrow 2\sin x\left[\cos\frac{\pi}{3}-\cos(2x+\pi)\right]+\cos 3x=1$

$\Leftrightarrow 2\sin x\left(\frac{1}{2}+\cos 2x\right)+\cos 3x=1\Leftrightarrow \sin x+2\sin x.\cos 2x+\cos 3x=1$

$\Leftrightarrow \sin x+(-\sin x+\sin 3x)+\cos 3x=1\Leftrightarrow \sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ 3x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k2\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$$

Câu 11: Phương trình $2\sqrt{2}\left(\sin x+\cos x\right).\cos x=3+\cos 2x$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **D.** Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$2\sqrt{2}\left(\sin x+\cos x\right).\cos x=3+\cos 2x \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos^2 x=3+\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin 2x+\sqrt{2}\left(1+\cos 2x\right)=3+\cos 2x \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin 2x+\left(\sqrt{2}-1\right)\cos 2x=3-\sqrt{2}$

Ta có: $\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}-1\right)^2<\left(3-\sqrt{2}\right)^2$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 12: Phương trình $2\sqrt{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{8}\right)\cos\left(x-\dfrac{\pi}{8}\right)+2\cos^2\left(x-\dfrac{\pi}{8}\right)=\sqrt{3}+1$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3\pi}{8}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{24}+k\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{16}+k\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{8}+k\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{24}+k\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)+1+\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{3}+1$.

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)+\dfrac{1}{2}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right).\cos\dfrac{\pi}{6}+\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right).\sin\dfrac{\pi}{6}=\sin\dfrac{\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x-\dfrac{\pi}{12}\right)=\sin\dfrac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\pi}{3}+2k\pi \\ 2x-\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{24}+k\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{8}+k\pi \end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 13: Giải phương trình $\dfrac{1}{\sin 2x}+\dfrac{1}{\cos 2x}=\dfrac{2}{\sin 4x}$

A. $x=k\pi,\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. Vô nghiệm. **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 4x \neq 0$.

Phương trình đề bài $\Leftrightarrow \sin 2x + \cos 2x = 1$. Suy ra: $(\sin 2x + \cos 2x)^2 = 1 \Leftrightarrow \sin 4x = 0$ (loại)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƯA VỀ TÍCH

Câu 1: Phương trình $1+\cos x+\cos^2 x+\cos 3x-\sin^2 x=0$ tương đương với phương trình.

A. $\cos x\left(\cos x+\cos 3x\right)=0$. **B.** $\cos x\left(\cos x-\cos 2x\right)=0$.

C. $\sin x\left(\cos x-\cos 2x\right)=0$. **D.** $\cos x\left(\cos x+\cos 2x\right)=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$1+\cos x+\cos^2 x+\cos 3x-\sin^2 x=0 \Leftrightarrow 1+\cos x+\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)+\cos 3x=0$

$\Leftrightarrow \left(\cos x+\cos 3x\right)+\cos 2x+1=0 \Leftrightarrow 2\cos 2x\cos x+2\cos^2 x=0 \Leftrightarrow \cos x\left(\cos 2x+\cos x\right)=0.$

Câu 2: Phương trình $\sin 3x-4\sin x.\cos 2x=0$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+n\pi \end{array}\right.$, $k,n\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+n\pi \end{array}\right.$, $k,n\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{2} \\ x=\pm\frac{\pi}{4}+n\pi \end{array}\right.$, $k,n\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{2\pi}{3} \\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+n\pi \end{array}\right.$, $k,n\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Phương trình $\Leftrightarrow \sin 3x-2\left[\sin 3x+\sin\left(-x\right)\right]=0 \Leftrightarrow 2\sin x=\sin 3x$

$\Leftrightarrow 2\sin x=3\sin x-4\sin^3 x \Leftrightarrow \sin x\left(4\sin^2 x-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ 4\sin^2 x=1 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ \cos 2x=\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ 2x=\pm\frac{\pi}{3}+2n\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+n\pi \end{array}\right., \left(k,n\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 3: Số nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)$ của phương trình $2\sin 3x\left(1-4\sin^2 x\right)=0$ là:

A. 40. **B.** 34. **C.** 41. **D.** 46.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có:

$2\sin 3x.\left(1-4\sin^2 x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 3x=0 \\ 1-4\sin^2 x=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 3x=0 \\ \cos 2x=\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x=k\pi \\ 2x=\pm\frac{\pi}{3}+l2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{k\pi}{3} \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+l\pi \end{array}\right. \quad \left(k,l\in\mathbb{Z}\right)$

Nhận xét: Họ nghiệm $x=\frac{k\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$ và $x=\pm\frac{\pi}{6}+l\pi$, $l\in\mathbb{Z}$ không có nghiệm nào trùng nhau nên đếm số nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)$ ứng với từng họ nghiệm, rồi lấy tổng sẽ được tổng số nghiệm của phương trình đề bài cho. Thật vậy:

$\frac{k\pi}{3}=\pm\frac{\pi}{6}+l\pi \Leftrightarrow 2k-6l=\pm1$: vô nghiệm với mọi k , $l\in\mathbb{Z}$

(Chú ý: ta cũng có thể biểu diễn các nghiệm này trên đường tròn lượng giác để thấy các nghiệm này không trùng nhau.)

Do đó:

+ Với $x=\frac{k\pi}{3}$. Vì $x\in\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)$ nên $\frac{\pi}{14}\le\frac{k\pi}{3}<\frac{69\pi}{10}$ $\Leftrightarrow\frac{3}{14}\approx0,2\le k<\frac{207}{10}=20,7$ ($k\in\mathbb{Z}$)

Suy ra: $k\in\{1;2;3;...;20\}$. Có 20 giá trị k nên có 20 nghiệm.

+ Với $x=\frac{\pi}{6}+l\pi$. Vì $x\in\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)$ nên $\frac{\pi}{14}\le\frac{\pi}{6}+l\pi<\frac{69\pi}{10}$

$\Leftrightarrow-\frac{2}{21}\approx-0,095\le l<\frac{101}{15}\approx6,7$, $l\in\mathbb{Z}$. Suy ra: $l\in\{0;1;2;3;...;6\}$. Có 7 giá trị l nên có 7 nghiệm.

+ Với $x=-\frac{\pi}{6}+l\pi$. Vì $x\in\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)$ nên $\frac{\pi}{14}\le-\frac{\pi}{6}+l\pi<\frac{69\pi}{10}$ $\Leftrightarrow\frac{5}{21}\approx0,238\le l<\frac{106}{15}\approx7,06$, $l\in\mathbb{Z}$. Suy ra: $l\in\{1;2;3;...;7\}$. Có 7 giá trị l nên có 7 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình là $20+7+7=34$.

Câu 4: Nghiệm dương nhỏ nhất của pt $(2\sin x-\cos x)(1+\cos x)=\sin^2 x$ là:

A. $x=\frac{\pi}{6}$ **B.** $x=\frac{5\pi}{6}$ **C.** $x=\pi$ **D.** $x=\frac{\pi}{12}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $(2\sin x-\cos x)(1+\cos x)=\sin^2 x\Leftrightarrow(2\sin x-\cos x)(1+\cos x)=(1-\cos x)(1+\cos x)$

$$\Leftrightarrow(1+\cos x)(2\sin x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$$

Suy ra nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là: $x=\frac{\pi}{6}$.

Câu 5: Nghiệm của pt $\cos^2 x-\sin x\cos x=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi;x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ **D.** $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi;x=\frac{7\pi}{6}+k\pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\cos^2 x - \sin x\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x\left(\cos x - \sin x\right) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}\cos x\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right..$$

Câu 6: Nghiệm dương nhỏ nhất của pt $2\sin x + 2\sqrt{2}\sin x\cos x = 0$ là:

A. $x = \frac{3\pi}{4}$ **B.** $x = \frac{\pi}{4}$ **C.** $x = \frac{\pi}{3}$ **D.** $x = \pi$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có

$2\sin x + 2\sqrt{2}\sin x\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x\left(1 + \sqrt{2}\cos x\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi\\ x = \pm\frac{3\pi}{4} + k2\pi\end{array}\right.$$

Suy ra nghiệm dương nhỏ nhất của pt là: $x = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 7: Tìm số nghiệm trên khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình :

$2(sinx + 1)(sin^2 2x - 3sinx + 1) = sin4x.cosx$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có phương trình đã cho tương đương với

$2\left(\sin x + 1\right)\left(\frac{1 - \cos 4x}{2} - 3\sin x + 1\right) = \sin 4x.\cos x$

$\Leftrightarrow \left(\sin x + 1\right)\left(3 - 6\sin x - \cos 4x\right) = \sin 4x.\cos x$

$\Leftrightarrow \left(\text{sinx} + 1\right)\left(3 - 6\text{sinx}\right) - \text{sinx.cos4x} - \text{cos4x} = \text{sin4x.cosx}$

$\Leftrightarrow 3(1 - 2sin^2x) - 3sinx = sin5x + cos4x$

$\Leftrightarrow 3\cos 2x + 3\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(5x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos 4x$

$\Leftrightarrow 3.2.cos(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}).cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) = 2.cos(\frac{9x}{2} - \frac{\pi}{4}).cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4})$

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\left[3\cos(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}) + \cos(\frac{9x}{2} + \frac{3\pi}{4})\right] = 0$

$$\Leftrightarrow \cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}).\cos^3(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) = 0\\ \cos(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi\\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi\end{array}\right..$$

Vì $x \in (-\pi;\pi)$ nên suy ra $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 8: Giải phương trình $\sin^2 2x+\cos^2 3x=1$.

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

B. $x=k\dfrac{2\pi}{5},k\in\mathbb{Z}$

C. $x=\pi+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

D. $x=k\pi\vee x=k\dfrac{\pi}{5},k\in\mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\sin^2 2x+\cos^2 3x=1\Leftrightarrow\cos^2 3x-\cos^2 2x=0$

$\Leftrightarrow(\cos 3x-\cos 2x)(\cos 3x+\cos 2x)=0$

$\Leftrightarrow -2\sin\dfrac{5x}{2}\sin\dfrac{x}{2}.2\cos\dfrac{5x}{2}.\cos\dfrac{x}{2}=0$

$\Leftrightarrow -\sin 5x.\sin x=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin 5x=0\\ \sin x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{k\pi}{5}\\ x=k\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 9: Phương trình $4\cos x-2\cos 2x-\cos 4x=1$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\\ x=k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}=k\dfrac{2\pi}{3}\\ x=k\dfrac{\pi}{2}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3}\\ x=k\dfrac{\pi}{4}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$4\cos x-2\cos 2x-\cos 4x=1\Leftrightarrow 4\cos x-2\cos 2x=1+\cos 4x$

$\Leftrightarrow 4\cos x=2\cos^2 2x+2\cos 2x\Leftrightarrow 2\cos x=\cos 2x.(\cos 2x+1)$

$\Leftrightarrow 2\cos x=\cos 2x.2\cos^2 x\Leftrightarrow\cos x(1-\cos 2x.\cos x)=0$

$\Leftrightarrow\cos x.\left[1-\left(2\cos^2 x-1\right)\cos x\right]=0\Leftrightarrow\cos x.\left(-2\cos^3 x+\cos x+1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ -2\cos^3 x+\cos x+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ (\cos x-1)\left(-2\cos^2 x-2\cos x-1\right)=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=1\\ 2\cos^2 x+2\cos x+1=0\,(\mathrm{VN})\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 10: Phương trình $2\sin x+\cos x-\sin 2x-1=0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k\pi \\ x=k\pi \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=k\pi \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$2\sin x+\cos x-\sin 2x-1=0 \Leftrightarrow 2\sin x+\cos x-2\sin x\cos x-1=0$

$\Leftrightarrow (\cos x-1)(1-2\sin x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=1 \\ \sin x=\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$

Câu 11: Phương trình $\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x$ tương đương với phương trình

A. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=-1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin 3x+\cos 2x=1+\sin 3x-\sin x \Leftrightarrow 2\sin^2 x-\sin x=0 \Leftrightarrow \sin x=0 \vee \sin x=\frac{1}{2}$

Câu 12: Giải phương trình $\sin 2x(\cot x+\tan 2x)=4\cos^2 x$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l} \sin x\neq 0 \\ \cos 2x\neq 0 \end{array}\right.$.

Ta có: $\sin 2x(\cot x+\tan 2x)=4\cos^2 x$

$\Leftrightarrow \sin 2x\left(\frac{\cos x}{\sin x.\cos 2x}\right)=4\cos^2 x \Leftrightarrow \frac{2\sin x\cos x\cos x}{\sin x.\cos 2x}=4\cos^2 x$

$\Leftrightarrow \cos x = 0 \vee \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$

Câu 13: Giải phương trình $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x$.

A. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x \Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(1 + \sin x \cos x) = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)$

$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\sin x \cos x - \sin x - \cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\sin x - 1)(\cos x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x - \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos x = 1 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$$

Câu 14: Giải phương trình $1 + \sin x + \cos x + \tan x = 0$.

A. $x = \pi + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pi + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
D. $x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện: $\cos x \neq 0$.

Ta có: $1 + \sin x + \cos x + \tan x = 0 \Leftrightarrow 1 + \sin x + \cos x + \frac{\sin x}{\cos x} = 0$

$$\Leftrightarrow (1 + \cos x)\left(1 + \frac{\sin x}{\cos x}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -1 \\ \tan x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$$

Câu 15: Một họ nghiệm của phương trình $\cos x.\sin^2 3x - \cos x = 0$ là :

A. $-\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$.
B. $\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$.
C. $k\frac{\pi}{2}$.
D. $k\frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có : $\cos x.\sin^2 3x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x\left(\frac{1 - \cos 6x}{2}\right) - \cos x = 0$

$\Leftrightarrow \cos x - \cos 6x \cos x - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow -\cos x(1 + \cos 6x) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos 6x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 16: Phương trình $2\sin x + \cot x = 1 + 2\sin 2x$ tương đương với phương trình

A. $\left[\begin{array}{l}2\sin x=-1\\ \sin x-\cos x-2\sin x\cos x=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}2\sin x=1\\ \sin x+\cos x-2\sin x\cos x=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}2\sin x=-1\\ \sin x+\cos x-2\sin x\cos x=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}2\sin x=1\\ \sin x-\cos x-2\sin x\cos x=0\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện: $x\neq k\pi$.

Ta có: $2\sin x+\cot x=1+2\sin 2x \Leftrightarrow 2\sin x+\dfrac{\cos x}{\sin x}=1+4\sin x\cos x$

$\Leftrightarrow \sin x+4\sin^2 x\cos x-2\sin^2 x-\cos x=0 \Leftrightarrow \sin x\left(1-2\sin x\right)-\cos x\left(1-4\sin^2 x\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(1-2\sin x\right)\left(\sin x-\cos x-2\sin x\cos x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\sin =1\\ \sin x-\cos x-2\sin x\cos x=0\end{array}\right.$

Câu 17: Giải phương trình $\sin^3 x+\cos^3 x=2\left(\sin^5 x+\cos^5 x\right)$.

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$pt \Leftrightarrow \sin^3 x\left(1-2\sin^2 x\right)-\cos^3 x\left(2\cos^2 x-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \sin^3 x=\cos^3 x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\\ \sin x=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$

Câu 18: Giải phương trình $\tan x+\tan 2x=-\sin 3x.\cos 2x$

A. $x=\dfrac{k\pi}{3}, x=\pi+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{k\pi}{3}, x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{k\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \cos 2x\neq 0\end{cases}$

$pt \Leftrightarrow \dfrac{\sin 3x}{\cos x.\cos 2x}+\sin 3x.\cos 2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 3x=0\\ 1+\cos x.\cos^2 2x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{k\pi}{3}\\ \begin{cases}\cos x=-1\\ \cos^2 2x=1\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k\pi}{3} \\ \begin{cases} \cos x=-1 \\ \left(2\cos^2 x-1\right)^2=1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k\pi}{3} \\ \begin{cases} \cos x=-1 \\ \left(2(-1)^2-1\right)^2=1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k\pi}{3} \\ \cos x=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k\pi}{3} \\ x=\pi+k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{3}$

Câu 19: Cho phương trình $\sin^2\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)\tan^2 x-\cos^2\dfrac{x}{2}=0$ (*) và $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$ (1), $x=\pi+k2\pi$ (2), $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$ (3), với $k\in\mathbb{Z}$. Các họ nghiệm của phương trình (*) là:

A. (1) và (2). **B.** (1) và (3). **C.** (1), (2) và (3). **D.** (2) và (3).

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

ĐK: $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$

$(*)\Leftrightarrow \dfrac{1-\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)}{2}\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}-\dfrac{1+\cos x}{2}=0\Leftrightarrow \dfrac{(1-\sin x)\left(1-\cos^2 x\right)}{1-\sin^2 x}-(1+\cos x)=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-\sin x)(1-\cos x)(1+\cos x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}-(1+\cos x)=0\Leftrightarrow (1+\cos x)\left(\dfrac{1-\cos x}{1+\sin x}-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1+\cos x=0 \\ 1-\cos x-(1+\sin x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=-1 \\ -\cos x-\sin x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=-1 \\ -1-\tan x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$ (thỏa)

Câu 20: Phương trình $2\sqrt{3}\sin 5x\cos 3x=\sin 4x+2\sqrt{3}\sin 3x\cos 5x$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{k\pi}{4}, x=\pm\dfrac{1}{4}\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{12}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{k\pi}{4}, x=\pm\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{48}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

C. Vô nghiệm. **D.** $x=\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

PT $2\sqrt{3}\sin 5x\cos 3x=\sin 4x+2\sqrt{3}\sin 3x\cos 5x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\left(\sin 5x\cos 3x-\sin 3x\cos 5x\right)=\sin 4x\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin 2x=2\sin 2x\cos 2x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x=0 \\ 2\sqrt{3}=2\cos 2x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=k\pi \\ \cos 2x=\sqrt{3}>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{2}$

Câu 21: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x+\sin 2x=\cos x+2\cos^2 x$ là :

A. $\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có : $\sin x+\sin 2x=\cos x+2\cos^2 x$

$\Leftrightarrow \sin x\left(1+2\cos x\right)-\cos x\left(1+2\cos x\right)=0 \;\Leftrightarrow \left(\sin x-\cos x\right)\left(1+2\cos x\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\cos x\\ \cos x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \cos x=\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất là $x=\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 22: Một nghiệm của phương trình lượng giác: $\sin^2 x+\sin^2 2x+\sin^2 3x=2$ là.

A. $\dfrac{\pi}{3}$ **B.** $\dfrac{\pi}{12}$ **C.** $\dfrac{\pi}{6}$ **D.** $\dfrac{\pi}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có : $\sin^2 x+\sin^2 2x+\sin^2 3x=2 \Leftrightarrow \dfrac{1-\cos 2x}{2}+\sin^2 2x+\dfrac{1-\cos 6x}{2}=2$

$\Leftrightarrow \sin^2 2x-\dfrac{\cos 6x+\cos 2x}{2}=1 \Leftrightarrow \cos^2 2x+\cos 4x\cos 2x=0$

$$\Leftrightarrow \cos 2x\left(\cos 4x+\cos 2x\right)=0 \Leftrightarrow 2\cos 3x\cos 2x\cos x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 3x=0\\ \cos 2x=0\\ \cos x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}\\ x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Câu 23: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\cos^2 x+\cos x=\sin x+\sin 2x$ là?

A. $x=\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{2\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Cách 1: $2\cos^2 x+\cos x=\sin x+\sin 2x \Leftrightarrow \cos x\left(2\cos x+1\right)-\sin x\left(2\cos x-1\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left(2\cos x-1\right)\left(\cos x-\sin x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{1}{2}\\ \cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right. ,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Câu 24 Dùng máy tính thử vào phương trình, nghiệm nào thỏa phương trình và có giá trị nhỏ nhất thì nhận.

Câu 25: Phương trình $\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x$ tương đương với phương trình:

A. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-1\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x \Leftrightarrow 3\sin x-4\sin^3 x-1+\cos 2x\left(1-2\sin x\right)=0$

$\Leftrightarrow -(\sin x+1)(1-2\sin x)^2+\cos 2x(1-2\sin x)=0$

$\Leftrightarrow (1-2\sin x)\left(-(\sin x+1)(1-2\sin x)+\cos 2x\right)=0$

$\Leftrightarrow (1-2\sin x)\left(2\sin^2 x+\sin x-1+1-2\sin^2 x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Câu 26: Phương trình $\sin 3x-4\sin x.\cos 2x=0$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+n\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{6}+n\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=k\dfrac{\pi}{2}\\ x=\pm\dfrac{\pi}{4}+n\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=k\dfrac{2\pi}{3}\\ x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+n\pi\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin 3x-4\sin x.\cos 2x=0 \Leftrightarrow 3\sin x-4\sin^3 x-4\sin x\left(1-2\sin^2 x\right)=0$

$4\sin^3 x-\sin x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ 2\sin^2 x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos 2x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{6}+n\pi\end{array}\right.,(k,n\in\mathbb{Z})$

Câu 27: Phương trình $2\cot 2x-3\cot 3x=\tan 2x$ có nghiệm là:

A. $x=k\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $x=k\pi$. **C.** $x=k2\pi$. **D.** Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}\sin 3x\neq 0\\ \cos 2x\neq 0\\ \sin 2x\neq 0\end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow$ $2\cot 2x-3\cot 3x=\tan 2x \Leftrightarrow 2(\cot 2x-\cot 3x)=\tan 2x+\cot 3x$

$\Leftrightarrow \dfrac{2(\sin 3x\cos 2x-\cos 3x\sin 2x)}{\sin 3x\sin 2x}=\dfrac{\sin 2x\sin 3x+\cos 3x\cos 2x}{\cos 2x\sin 3x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\sin x}{\sin 3x.\sin 2x}=\dfrac{\cos x}{\cos 2x.\sin 3x} \Leftrightarrow 2\sin x.\cos 2x.\sin 3x=\cos x.\sin 2x.\sin 3x$

$\Leftrightarrow \sin 3x(2\sin x.\cos 2x-\cos x.\sin 2x)=0$

$\Leftrightarrow \sin 3x.\sin x(1-\cos 2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 3x=0\ \ (l)\\ \sin x=0\ \ \ (n)\\ \cos 2x=1\ (n)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 28: Phương trình $\cos^4 x-\cos 2x+2\sin^6 x=0$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Phương trình $\Leftrightarrow$ $\cos^4 x-\cos 2x+2\sin^6 x=0 \Leftrightarrow (1-\sin^2 x)^2-(1-2\sin^2 x)+2\sin^6 x=0$

$\Leftrightarrow 2\sin^6 x+\sin^4 x=0 \Leftrightarrow \sin^4 x(2\sin^2 x+1)=0 \Leftrightarrow \sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 29: Phương trình: $4\cos^5 x.\sin x - 4\sin^5 x.\cos x = \sin^2 4x$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{\pi}{4} \\ x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A

$4\cos^5 x.\sin x - 4\sin^5 x.\cos x = \sin^2 4x$

$\Leftrightarrow 4\sin x.\cos x\left(\cos^4 x - \sin^4 x\right) = \sin^2 4x$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right) = \sin^2 4x$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x.\cos 2x = \sin^2 4x \Leftrightarrow \sin^2 4x - \sin 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 4x = 0 \\ \sin 4x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{\pi}{4} \\ x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng CACL của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …).

Kiểm tra giá trị $x = \dfrac{\pi}{4}$ của đáp án B, $x = \dfrac{3\pi}{4}$ của đáp án C, $x = \dfrac{\pi}{3}$ của đáp án D đều không thỏa phương trình (*chú ý chỉ lấy một giá trị của họ nghiệm để thử cho đơn giản, các giá trị lấy ra không thuộc họ nghiệm của đáp án khác*); kiểm tra giá trị $x = \dfrac{\pi}{8}$ của đáp án A thỏa phương trình.

Câu 30: Phương trình: $\left(\sin x - \sin 2x\right)\left(\sin x + \sin 2x\right) = \sin^2 3x$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{\pi}{3} \\ x = k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{\pi}{6} \\ x = k\dfrac{\pi}{4} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{2\pi}{3} \\ x = k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = k3\pi \\ x = k2\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$\left(\sin x - \sin 2x\right)\left(\sin x + \sin 2x\right) = \sin^2 3x \Leftrightarrow \sin^2 x - \sin^2 2x = \sin^2 3x$.

$\Leftrightarrow \dfrac{1 - \cos 2x}{2} - \sin^2 2x = \dfrac{1 - \cos 6x}{2} \Leftrightarrow \cos 6x - \cos 2x - 2\sin^2 2x = 0$

$\Leftrightarrow -2\cos 4x.\sin 2x - 2\sin^2 2x = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 2x.\cos 2x + \sin^2 2x = 0$.

$\Leftrightarrow \sin^2 2x.\left(2\cos 2x + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = 0 \\ \cos 2x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = k\pi \\ 2x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k\pi}{2} \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k\pi}{2} \\ x = \dfrac{k\pi}{3} \end{array}\right.$.

Câu 31: Phương trình $\cos x + \sin x = \dfrac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{8}+k\pi \\ x=k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right.$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=k\pi \end{array}\right.$.   **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{8}+k\pi \\ x=k\dfrac{\pi}{4} \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Điều kiện: $1-\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow 2x\neq \dfrac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x\neq \dfrac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

$\cos x+\sin x=\dfrac{\cos 2x}{1-\sin 2x} \Leftrightarrow \left(\cos x+\sin x\right)\left(1-\sin 2x\right)=\cos 2x$

$\Leftrightarrow \left(\cos x+\sin x\right)\left(\cos^2 x-2\cos x\sin x+\sin^2 x\right)=\cos 2x$

$\Leftrightarrow \left(\cos x+\sin x\right)\left(\cos x-\sin x\right)^2=\cos 2x \Leftrightarrow \cos 2x.\left(\cos x-\sin x\right)-\cos 2x=0$.

$\Leftrightarrow \cos 2x\left(\cos x-\sin x-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=0 \\ \sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x+\dfrac{\pi}{4}=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2} \\ x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi \\ x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 32: Phương trình $2\sin 3x-\dfrac{1}{\sin x}=2\cos 3x+\dfrac{1}{\cos x}$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.   **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.   **C.** $x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi$.   **D.** $x=-\dfrac{3\pi}{4}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l} \cos x\neq 0 \\ \sin x\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \dfrac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$.

$2\sin 3x-\dfrac{1}{\sin x}=2\cos 3x+\dfrac{1}{\cos x} \Leftrightarrow 2\left(\sin 3x-\cos 3x\right)-\left(\dfrac{1}{\sin x}+\dfrac{1}{\cos x}\right)=0$

$\Leftrightarrow 2\left(3\sin x-4\sin^3 x-4\cos^3 x+3\cos x\right)-\left(\dfrac{\cos x+\sin x}{\sin x\cos x}\right)=0$

$\Leftrightarrow 6\left(\cos x+\sin x\right)-8\left(\cos x+\sin x\right)\left(1-\sin x\cos x\right)-\left(\dfrac{\cos x+\sin x}{\sin x\cos x}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \cos x+\sin x=0 & (1) \\ 6-8\left(1-\dfrac{1}{2}\sin 2x\right)-\dfrac{2}{\sin 2x}=0 & (2) \end{array}\right.$

Giải (1), $(1)\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$

Giải (2), $(2)\Leftrightarrow -2+4\sin 2x-\frac{2}{\sin 2x}=0\Leftrightarrow 2\sin^2 2x-\sin 2x-1=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin 2x=1\\ \sin 2x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ 2x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ 2x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=-\frac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\frac{7\pi}{12}+k\pi\end{array}\right..$$

Câu 33: Phương trình $\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{12}\\ x=k\frac{\pi}{4}\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{9}\\ x=k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{6}\\ x=k\pi\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{3}\\ x=k2\pi\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x$

$\Leftrightarrow\frac{1-\cos 6x}{2}-\frac{1+\cos 8x}{2}=\frac{1-\cos 10x}{2}-\frac{1+\cos 12x}{2}$

$\Leftrightarrow \cos 6x+\cos 8x=\cos 10x+\cos 12x\Leftrightarrow 2\cos 7x.\cos x=2\cos 11x.\cos x$

$\Leftrightarrow \cos x\left(\cos 11x-\cos 7x\right)=0\Leftrightarrow -2\cos x.\sin 9x.\sin 2x=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin 9x=0\\ \sin 2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ 9x=k\pi\\ 2x=k\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=k\frac{\pi}{9}\\ x=k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{9}\\ x=k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$$

Câu 34: Phương trình $\frac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}=\sqrt{3}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$.

B. $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$.

C. $x=\frac{2\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$.

D. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi,\ x=\frac{5\pi}{3}+k2\pi,\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiện $\cos x+\cos 2x+\cos 3x\neq 0\Leftrightarrow 2\cos 2x.\cos x+\cos 2x\neq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ 2\cos x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x \neq \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow \sin x + \sin 2x + \sin 3x = \sqrt{3}\left(\cos x + \cos 2x + \cos 3x\right)$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x.\cos x + \sin 2x = \sqrt{3}\left(2\cos 2x.\cos x + \cos 2x\right) \Leftrightarrow \sin 2x\left(2\cos x + 1\right) = \sqrt{3}\cos 2x\left(2\cos x + 1\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\cos x + 1 = 0 \\ \sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \dfrac{-1}{2} \\ \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi \\ 2x - \dfrac{\pi}{3} = k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

So sánh với điều kiện, ta có $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi,\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi,\ x = \dfrac{5\pi}{3} + k2\pi, \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Chú ý trong họ nghiệm $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}$. (Với $k = 1$ thì $x = \dfrac{2\pi}{3}$ làm mẫu không xác định)

Câu 35: Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\pi\right)$ của phương trình: $\sqrt{\tan x + \sin x} + \sqrt{\tan x - \sin x} = \sqrt{3}\tan x$ là:

A. $\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$\sqrt{\tan x + \sin x} + \sqrt{\tan x - \sin x} = \sqrt{3}\tan x$

$\Rightarrow 2\tan x + 2\sqrt{\tan^2 x - \sin^2 x} = 3\tan x$

$\Rightarrow 2\sqrt{\sin^2 x\left(\dfrac{1}{\cos^2 x} - 1\right)} = \tan x \Rightarrow 2\sqrt{\sin^2 x.\tan^2 x} = \tan x \Rightarrow 4\sin^2 x.\tan^2 x = \tan^2 x$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \tan^2 x = 0 \\ 4\sin^2 x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ \cos 2x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ 2x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$

$x \in \left(0;\pi\right) \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{6}, x = \dfrac{5\pi}{6}$

Thử lại, ta nhận $x = \dfrac{\pi}{6}$. (Tại $x = \dfrac{5\pi}{6}$ thì $\tan x - \sin x < 0$)

Câu 36: Phương trình $\left(2\sin x + 1\right)\left(3\cos 4x + 2\sin x - 4\right) + 4\cos^2 x = 3$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = k\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$(2\sin x+1)(3\cos 4x+2\sin x-4)+4\cos^2 x=3$

$\Leftrightarrow (2\sin x+1)(3\cos 4x+2\sin x-4)+4(1-\sin^2 x)-3=0$

$\Leftrightarrow (2\sin x+1)(3\cos 4x+2\sin x-4)+(1-4\sin^2 x)=0$

$\Leftrightarrow (2\sin x+1)(3\cos 4x+2\sin x-4+1-2\sin x)=0$

$\Leftrightarrow (2\sin x+1)(3\cos 4x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-\dfrac{1}{2}\\ \cos 4x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\\ x=k\dfrac{\pi}{2}\end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$

Câu 37: Phương trình $2\tan x+\cot 2x=2\sin 2x+\dfrac{1}{\sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi$. **D.** $x=\pm\dfrac{\pi}{9}+k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Điều kiện $\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$

$2\tan x+\cot 2x=2\sin 2x+\dfrac{1}{\sin 2x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\sin x}{\cos x}+\dfrac{\cos 2x}{\sin 2x}=2\sin 2x+\dfrac{1}{\sin 2x} \Leftrightarrow 4\sin^2 x+\cos 2x=2\sin^2 2x+1$

$\Leftrightarrow 4\sin^2 x+1-2\sin^2 x=2\sin^2 2x+1 \Leftrightarrow 2\sin^2 x-8\sin^2 x\cos^2 x=0$

$\Leftrightarrow \sin^2 x(1-4\cos^2 x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ 1-4\cos^2 x=0\end{array}\right.$

Do điều kiện nên

$1-2(1+\cos 2x)=0 \Leftrightarrow \cos 2x=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi, (k\in\mathbb{Z})$

Câu 38: Phương trình: $5(\sin x+\cos x)+\sin 3x-\cos 3x=2\sqrt{2}(2+\sin 2x)$ có các nghiệm là

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A

Cách 1:

Ta có: $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$; $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$

Phương trình tương đương:

$8(\sin x+\cos x)-4(\sin^3 x+\cos^3 x)=2\sqrt{2}(2+\sin 2x)$

$\Leftrightarrow 8(\sin x+\cos x)-4(\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)=2\sqrt{2}(2+\sin 2x)$

$\Leftrightarrow 4(\sin x+\cos x)(1+\sin x\cos x)=4\sqrt{2}(1+\sin x\cos x)$

$$\left[\begin{array}{l}1+\sin x\cos x=0\\ \sin x+\cos x=\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\sin 2x=-1\\ \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin 2x=-2\ (vn)\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$$

Cách 2: Phương trình tương đương

$$5\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}\left(2+\sin 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow 5\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=2\left(2+\sin 2x\right)$$

Đặt $u=x+\frac{\pi}{4}$. Khi đó, phương trình trở thành:

$$5\sin u-\sin 3u=4-2\cos 2u\Leftrightarrow 4\sin^3 u-4\sin^2 u+2\sin u-2=0$$

$$\Leftrightarrow\sin u=1\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 39: Một nghiệm của phương trình $\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{8}$. **B.** $x=\frac{\pi}{12}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D

$$\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x=1\Leftrightarrow\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{1+\cos 4x}{2}+\frac{1+\cos 6x}{2}=1$$

$$\Leftrightarrow\cos 6x+\cos 2x+1+\cos 4x=0\Leftrightarrow 2\cos 4x\cos 2x+2\cos^2 2x=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \cos 4x=\cos\left(\pi-2x\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}\\ x=-\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.,\ (k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 40: Phương trình: $\sin x.\cos 4x-\sin^2 2x=4\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)-\frac{7}{2}$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$\sin x.\cos 4x-\frac{1-\cos 4x}{2}=2\left(1-\sin x\right)-\frac{7}{2}\Leftrightarrow\cos 4x\left(\sin x+\frac{1}{2}\right)=-2\left(\sin x+\frac{1}{2}\right)$$

$\Leftrightarrow \left(\sin x+\frac{1}{2}\right)\left(\cos 4x+2\right)=0 \Leftrightarrow \sin x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$

Câu 41: Giải phương trình $\sin^2 x+\sin^2 3x=\cos^2 x+\cos^2 3x$

A. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=-\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình $\Leftrightarrow \sin^2 x-\cos^2 x=\cos^2 3x-\sin^2 3x$

$\Leftrightarrow \cos 6x+\cos 2x=0 \Leftrightarrow 2\cos 4x.\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 4x=0\\ \cos 2x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}\\ x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$

Câu 42: Phương trình: $\sin^{12} x+\cos^{12} x=2(\sin^{14} x+\cos^{14} x)+\frac{3}{2}\cos 2x$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin^{12} x+\cos^{12} x=2(\sin^{14} x+\cos^{14} x)+\frac{3}{2}\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin^{12} x\left(1-2\sin^2 x\right)+\cos^{12} x\left(1-2\cos^3 x\right)=\frac{3}{2}\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin^{12} x.\cos 2x-\cos^{12} x.\cos 2x=\frac{3}{2}\cos 2x \Leftrightarrow \cos 2x\left(\sin^{12} x-\cos^{12} x-\frac{3}{2}\right)=0$

$\Leftrightarrow \cos 2x=0$ vì $\sin^{12} x-\cos^{12} x\le \sin^2 x+\cos x^2=1<\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbb{Z})$

Câu 43: [1D1-3]Giải phương trình $4\cot 2x=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^6 x+\sin^6 x}$.

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$.
B. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.
C. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi$.
D. $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Điệu kiện: $\left\{\begin{array}{l}\sin 2x\ne 0\\ \cos^6 x+\sin^6 x\ne 0\end{array}\right. \Leftrightarrow x\ne k\frac{\pi}{2}$

pt $\Leftrightarrow 4\dfrac{\cos 2x}{\sin 2x}=\dfrac{\cos 2x}{1-3\sin^2 x\cos^2 x}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\4-3\sin^2 2x=\sin 2x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\\sin 2x=1\\\sin 2x=-\dfrac{4}{3}(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$

Câu 44: [1D1-4]Giải phương trình $8\cot 2x=\dfrac{\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right).\sin 2x}{\cos^6 x+\sin^6 x}$.

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điệu kiện: $\begin{cases}\sin 2x\neq 0\\\cos^6 x+\sin^6 x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{2}$

pt $\Leftrightarrow 8\dfrac{\cos 2x}{\sin 2x}=\dfrac{\cos 2x.\sin 2x}{1-3\sin^2 x\cos^2 x}\Leftrightarrow 8\cos 2x\left(1-3\sin^2 x\cos^2 x\right)=\cos 2x\sin^2 2x$

$\Leftrightarrow \cos 2x\left(8-6\sin^2 2x-\sin^2 2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\\sin^2 2x=\dfrac{8}{7}(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$.

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC KHÔNG THƯỜNG GẶP

Câu 1: Giải phương trình $\left(\tan x+\cot x\right)^2-\tan x-\cot x=2$.

A. Cả 3 đáp án.
B. $x=\frac{\pm\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Lưu ý: Đối với câu hỏi này, ta có thể chọn cách thử nghiệm.

Điều kiện $x\neq\frac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Đặt $t=\tan x+\cot x$, phương trình đã cho trở thành

$$t^2-t-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=2\end{array}\right..$$

+ Với $t=-1$. Suy ra:

$\tan x+\cot x=-1\Leftrightarrow\tan^2x+\tan x+1=0$ (vô nghiệm).

+ Với $t=2$. Suy ra:

$\tan x+\cot x=2\Leftrightarrow\tan^2x-2\tan x+1=0\Leftrightarrow\tan x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 2: Giải phương trình $\frac{\sin^{10}x+\cos^{10}x}{4}=\frac{\sin^6x+\cos^6x}{4\cos^2 2x+\sin^2 2x}$.

A. $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=k\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $4\cos^2 2x+\sin^2 2x\neq0\Leftrightarrow4\cos^2 2x+1-\cos^2 2x\neq0\Leftrightarrow3\cos^2 2x+1\neq0\Leftrightarrow\forall x\in\mathbb{R}$

$$PT\Leftrightarrow\frac{\sin^{10}x+\cos^{10}x}{4}=\frac{\left(\sin^2x+\cos^2x\right)\left(\sin^4x-\sin^2x\cos^2x+\cos^4x\right)}{4\left(1-\sin^2 2x\right)+\sin^2 2x}$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sin^{10}x+\cos^{10}x}{4}=\frac{\left(\sin^2x+\cos^2x\right)^2-3\sin^2x\cos^2x}{4-3\sin^2 2x}$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sin^{10}x+\cos^{10}x}{4}=\frac{1-\frac{3}{4}\sin^2 2x}{4-3\sin^2 2x}\Leftrightarrow\frac{\sin^{10}x+\cos^{10}x}{4}=\frac{4-3\sin^2 2x}{4\left(4-3\sin^2 2x\right)}$$

$$\Leftrightarrow\sin^{10}x+\cos^{10}x=1\Leftrightarrow\sin^{10}x+\cos^{10}x=\sin^2x+\cos^2x$$

$$\Leftrightarrow\sin^2x\left(1-\sin^8x\right)+\cos^2x\left(1-\cos^8x\right)=0\quad(*)$$

Vì $\left\{\begin{array}{l}\sin^2x\left(1-\sin^8x\right)\geq0\forall x\in\mathbb{R}\\\cos^2x\left(1-\cos^8x\right)\geq0\forall x\in\mathbb{R}\end{array}\right.$ nên $(*)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\sin^2x\left(1-\sin^8x\right)=0\\\cos^2x\left(1-\cos^8x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\\sin x=\pm1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\\cos x=\pm1\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}$

Câu 3: Cho phương trình: $4\cos^2 x+\cot^2 x+6=2\left(2\cos x-\cot x\right)$. Hỏi có bao nhiêu nghiệm x thuộc vào khoảng $(0;2\pi)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có : $4\cos^2 x+\cot^2 x+6=2\left(2\cos x-\cot x\right)$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 x-4\cos x+1+\cot^2 x+2\cot x+1+4=0$

$\Leftrightarrow \left(2\cos x-1\right)^2+\left(\cot x+1\right)^2+4=0$

Do $\left(2\cos x-1\right)^2\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R},\left(\cot x+1\right)^2\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}\ \Rightarrow\left(2\cos x-1\right)^2+\left(\cot x+1\right)^2+4>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Câu 4: Cho phương trình: $4\cos^2 x+\cot^2 x+6=2\sqrt{3}\left(2\cos x-\cot x\right)$. Hỏi có bao nhiêu nghiệm x thuộc vào khoảng $(0;2\pi)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** đáp số khác.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có : $4\cos^2 x+\cot^2 x+6=2\sqrt{3}\left(2\cos x-\cot x\right)$

$\Leftrightarrow\left(4\cos^2 x-4\sqrt{3}\cos x+3\right)+\left(\cot^2 x-2\sqrt{3}\cot x+3\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)^2+\left(\cot x-\sqrt{3}\right)^2=0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2\cos x-\sqrt{3}=0\\ \cot x-\sqrt{3}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k'\pi\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+l2\pi\ \ (l\in\mathbb{Z})$$

Vì $x\in\left(0;2\pi\right)\Rightarrow 0<\frac{\pi}{6}+l2\pi<2\pi\Leftrightarrow-\frac{1}{12}<l<\frac{11}{12}\Rightarrow l=0$

Câu 5: Phương trình: $\sin 3x\left(\cos x-2\sin 3x\right)+\cos 3x\left(1+\sin x-2\cos 3x\right)=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **D.** Vô nghiệm.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

$\sin 3x\left(\cos x-2\sin 3x\right)+\cos 3x\left(1+\sin x-2\cos 3x\right)=0$

$\Leftrightarrow\sin 3x.\cos x-2\sin^2 3x+\cos 3x+\cos 3x.\sin x-2\cos^2 3x=0$.

$\Leftrightarrow\left(\sin 3x.\cos x+\cos 3x.\sin x\right)+\cos 3x-2\left(\sin^2 3x+\cos^2 3x\right)=0$.

$\Leftrightarrow\sin 4x+\cos 3x=2$.

Do $\begin{cases}-1\le\sin 4x\le 1\\ -1\le\cos 3x\le 1\end{cases}$, nên $\sin 4x+\cos 3x\le 2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}\sin 4x=1\\ \cos 3x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ 3x=l2\pi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{k\pi}{2}\\ x=\dfrac{l2\pi}{3}\end{cases},\ k,l\in\mathbb{Z}$.

Ta có $\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}=\frac{l2\pi}{3}\left(\forall k,l\in\mathbb{Z}\right)\Leftrightarrow l=\frac{3+12k}{16}$ vô lý do $l=\frac{3+12k}{16}\notin\mathbb{Z}$.

Nên phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 6: Giải phương trình $cos\frac{4x}{3}=cos^2x$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=k3\pi\\x=\pm\frac{\pi}{4}+k3\pi\\x=\pm\frac{5\pi}{4}+k3\pi\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=\pm\frac{5\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=k3\pi\\x=\pm\frac{\pi}{4}+k3\pi\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=k3\pi\\x=\pm\frac{5\pi}{4}+k3\pi\end{array}\right.$

.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$cos\frac{4x}{3}=cos^2x\Leftrightarrow cos\frac{4x}{3}=\frac{1+cos2x}{2}\Leftrightarrow 2cos2.\frac{2x}{3}=1+cos3.\frac{2x}{3}$

$\Leftrightarrow 2\left[2cos^2\frac{2x}{3}-1\right]=1+4cos^3\frac{2x}{3}-3cos\frac{2x}{3}\Leftrightarrow 4cos^3\frac{2x}{3}-4cos^2\frac{2x}{3}-3cos\frac{2x}{3}+3=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}cos\frac{2x}{3}=1\\cos\frac{2x}{3}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.\left[\begin{array}{l}\frac{2x}{3}=k2\pi\\\frac{2x}{3}=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi\\\frac{2x}{3}=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k3\pi\\x=\pm\frac{\pi}{4}+k3\pi\\x=\pm\frac{5\pi}{4}+k3\pi\end{array}\right.$.

Câu 7: Giải phương trình $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}+\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$ với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $x=\frac{\pi}{12}$.
B. $x=\frac{\pi}{4}$.
C. $x=\frac{\pi}{3}$.
D. $x=\frac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

pt $\Leftrightarrow\frac{1+\sin x+1-\sin x}{\sqrt{1-\sin^2x}}=\frac{4}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\frac{2}{\cos x}=\frac{4}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{12}+k\pi$.

Do $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên $x=\frac{\pi}{12}$.

Câu 8: Để phương trình: $2^{\sin^2x}+2^{\cos^2x}=m$ có nghiệm, thì các giá trị cần tìm của tham số m là:

A. $1\le m\le\sqrt{2}$.
B. $\sqrt{2}\le m\le 2\sqrt{2}$.
C. $2\sqrt{2}\le m\le 3$.
D. $3\le m\le 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình tương đương $2^{\sin^2x}+2^{1-\sin^2x}=m\Leftrightarrow 2^{\sin^2x}+\frac{2}{2^{\sin^2x}}=m$

Đặt $t=2^{\sin^2x}$, $t\in[1;2]$ do $0\le\sin^2x\le 1$.

Xét hàm $f(t)=t+\frac{2}{t}, t\in[1;2]\Rightarrow f'(t)=1-\frac{2}{t^2};\ f'(t)=0\Leftrightarrow t=\sqrt{2}$

Bảng biến thiên

t	1		$\sqrt{2}$		2
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	3	↘	$2\sqrt{2}$	↗	3

Vậy phương trình $f(t)=m$ có nghiệm $\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\le m\le 3$.